Dossier 24 : feuillets 112-185

111 bis

24

Fragments et calculs divers.

~~112~~
111 bis

Inédits

Lot de calculs dont la plupart se rapportent à la théorie des fonctions elliptiques.

— Fragment sur la théorie des nombres
— Théorème d'Abel.
— Équations aux dérivées partielles du premier ordre.

Contient une démonstration du théorème d'Abel.

Théorie des ~~fonctions de la forme~~ intégrales dont les différentielles sont des fonctions algébriques $\int X\,dx$, X étant une fonction ~~algébrique~~ ~~donnée~~

Lemme fondamental. ~~Soit~~ Soit X une fonction algébrique de x donnée par la relation $F(X, x) = 0$ ~~la relation~~ qui lie ~~entre~~ X et x,
$f(X, x)$ une fonction rationnelle quelconque de x et X.
$\varphi(X, x)$ une fonction rationnelle à forme variable, c'est à dire à coefficients ~~indéterminés~~ considérés comme fonctions d'une ou de plusieurs variables.

Si l'on élimine X entre les deux équations $F(X, x) = 0$ et $\varphi(X, x) = 0$ et que x_1, x_2, x_3 ...... x_n soient les racines de l'équation finale, on aura

$$\int_{x_0}^{x_1} f\,dx + \int_{x_0}^{x_2} f\,dx + \int_{x_0}^{x_3} f\,dx + \dots + \int_{x_0}^{x_n} f\,dx = V$$

x_0 étant l'origine arbitraire, mais constante, des intégrales; et V une fonction algébrique et logarithmique des coefficients ~~indéterminés~~ variables.

Démonstration. On déduit de $F(X, x) = 0$ et $\varphi(X, x) = 0$, combinées, attendu que la fonction φ ~~n'a~~ contient des indéterminées, $X =$ à une fonction rationnelle de x. ~~Donc~~ D'après cela la différentielle de la quantité

$$\int_{x_0}^{x_1} f\,dx + \int_{x_0}^{x_2} f\,dx + \int_{x_0}^{x_3} f\,dx + \dots + \int_{x_0}^{x_n} f\,dx$$

relative ~~aux~~ à l'une des variables indéterminées, pourra s'écrire ainsi

$$fx_1\,dx_1 + fx_2\,dx_2 + fx_3\,dx_3 + \dots + fx_n\,dx_n$$

ce qui est une fonction symétrique rationnelle des racines de l'équation finale et par conséquent une fonction rationnelle des coefficients de la fonction φ.

Or on sait qu'une fonction rationnelle a ~~toujours~~ pour intégrale une fonction ~~partie~~ algébrique et logarithmique. ~~Donc~~

Le théorème est donc démontré.

~~I~~ Remarque. Le ~~que~~ cas

$$\frac{dx}{\sqrt{x(x^2-2ax+\gamma^2)(x^2-2bx+\gamma^2)}}$$

$$x+\frac{\gamma^2}{x}=2z$$

$$\sqrt{x}\pm\frac{\gamma}{\sqrt{x}}=\sqrt{2(z\pm\gamma)}\qquad \sqrt{x}=\sqrt{\frac{z+\gamma}{2}}-\sqrt{\frac{z-\gamma}{2}}$$

$$\frac{\gamma}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{z+\gamma}{2}}+\sqrt{\frac{z-\gamma}{2}}\qquad x=z\pm\sqrt{z^2-\gamma^2}$$

$$\frac{\frac{dx}{x\sqrt{x}}}{\sqrt{(z-a)(z-b)}}\qquad \frac{\frac{dx}{\sqrt{x}}}{}$$

$$\frac{d\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{(z-a)(z-b)}}\qquad \frac{d\sqrt{x}}{\sqrt{(z-a)(z-b)}}$$

$$\frac{(x-\gamma)dx}{\sqrt{x(x^2-2ax+\gamma^2)(x^2-2bx+\gamma^2)}}=$$

$$\frac{(x+\gamma)dx}{\sqrt{x(x^2-2ax+\gamma^2)(x^2-2bx+\gamma^2)}}$$

Mo

114

113 bis

Fragmens se rapportant à
la théorie des nombres.

Inédit.

ak

$\cancel{akml + b}$

$a\cancel{kl}m + bl^2m + clm^2 = a$...

$(a-e)$

$xy = m$

$\frac{mt - x}{x^2}$ = un nombre

$x=1 \quad x=m$

$\frac{mty^2 - my}{m^2}$ = un nombre entier

$\frac{mt - m}{m^2}$

$\frac{ty^2 - y}{m}$ = un nombre entier

$-(\ \ x+1)x$

un diviseur de m, x tel que

~~soit un nombre entier~~

$zyz-x$ d.p. t

d.p. z

$tzz-1$ d.p. y

$-qt^2+t$

$\frac{mt-x}{x^2}$ soit un nombre entier

$ty-1$ divisible par x

$zy-1$ divisible par t

$xyt-x$ divisible par x^2

t^2yt-t

$z-1$ divisible par x

-1 divisible par xz

divisible par x

$y(xt\ \ \ ) - tx$

$(xz+t)y-1$ divisible par txz

tyz^2-z

$tyz+ty-1$

$(t^2+x)\ \ t-(t\ \ tx)$

$[(x+t)yz-1]$ divisible par

m divisible par $d, d', d'' \dots$

$\frac{m-1}{t} = n(d-1)+n'(d'-1)+n''(d''-1)+\dots$

n divisible par d', d''

n' divisible par d, d''

n'' divisible par d, d', . . .

divisible par

n^t-1 divisible par d

n^t-1 divisible par d'

$nt-d$

divisible par d, d', d''

$$m = M \times t' t'' t''' \ldots\ldots$$

$$M t t'' t''' \ldots = 1 \quad (\text{mod. } t')$$

$$M t t' t''' \ldots = 1 \quad (\text{mod. } t'')$$

$$M t t' t'' t^{\text{IV}} \ldots = 1 \quad (\text{mod. } t''')$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$M \times t (t' + t'') t''' t^{\text{IV}} \ldots = 1 \quad (\text{mod. } t' t'')$$

$$m - 1 = M' \times t (t' - 1) t'' t''' \ldots + M'' \times t t' (t'' - 1) t''' \ldots + M''' \times t t' t'' (t''' - 1) t^{\text{IV}} \ldots + \ldots$$

$$\frac{m-1}{t} = n \times (d-1) d' d'' \ldots + n' \times d (d'-1) d'' \ldots + n'' \times d d' (d''-1) d''' \ldots + \&c$$

115 bis

Équations aux dérivées partielles du premier ordre.

(~~[illegible]~~) (inédit)

Soit $f(x,y,z,p,q,r)=0$ une équation entre $x\,y\,z$ et les quantités $p,\ q\ r$ définies ainsi

$$p\,dx+q\,dy+r\,dz=0$$

~~En~~ ~~df~~ L'équation donnée étant homogène en $p\ q\ r$. On a nécessairement

$$\frac{df}{dp}p+\frac{df}{dq}q+\frac{df}{dr}r=0$$

L'équation est donc satisfaite en posant

$$\frac{dx}{\left(\frac{df}{dp}\right)}=\frac{dy}{\left(\frac{df}{dq}\right)}=\frac{dz}{\left(\frac{df}{dr}\right)} \qquad (A)$$

Mais ces équations contiennent $p\ q\ r$ on ne peut les intégrer.

Alors on observe que $p\ q\ r$ sont des fonctions de $x\ y,\ z$ assujetties aux relations

$$\frac{dp}{dy}=\frac{dq}{dx} \qquad \frac{dq}{dz}=\frac{dr}{dy} \qquad \frac{dr}{dx}=\frac{dp}{dz} \qquad (A)$$

et $\qquad f(x,y,z,p,q,r)=0$

On déduit de cette dernière

$$\frac{df}{dx}dx+\frac{df}{dp}\frac{dp}{dx}dx+\frac{df}{dq}\frac{dq}{dx}dx+\frac{df}{dr}\frac{dr}{dx}dx=0$$

savoir à cause de (A) et (B)

$$\frac{df}{dx}dx+\frac{df}{dp}dp=0$$

On trouvera de même

$$\frac{df}{dy}dy + \frac{df}{dq}dq = 0 \qquad \frac{df}{dz}dz + \frac{df}{dr}dr = 0$$

Ainsi on a les equations simultanées

$$(1)\quad \frac{dx}{\left(\frac{df}{dp}\right)} = \frac{dy}{\left(\frac{df}{dq}\right)} = \frac{dz}{\left(\frac{df}{dr}\right)} = -\frac{dp}{\left(\frac{df}{dx}\right)} = -\frac{dq}{\left(\frac{df}{dy}\right)} = -\frac{dr}{\left(\frac{df}{dz}\right)}$$

Ces equations simultanées entre six variables sont au nombre de cinq. Mais nous connaissons une des equations intégrales de ces cinq equations. C'est

$$f(x, y, z, p, q, r) = 0$$

Nous aurons donc ~~[illegible]~~ quatre constantes arbitraires fonctions de la variable indépendante α. L'une de ces constantes disparaitra si l'on ne fait que les rapports des quantités $p\ q\ r$. Car les equations précédentes sont homogènes en p, q, r [illegible] les quatre equations ~~les constantes~~

Ainsi il y aura seulement

$$\left.\begin{aligned} F\left(x, y, z, \frac{p}{r}, \frac{q}{r}\right) &= \varphi\alpha \\ F_1\left(x, y, z, \frac{p}{r}, \frac{q}{r}\right) &= \varphi_1\alpha \\ F_2\left(x, y, z, \frac{p}{r}, \frac{q}{r}\right) &= \varphi_2\alpha \\ f\left(x, y, z, \frac{p}{r}, \frac{q}{r}\right) &= 0 \end{aligned}\right\} (C)$$

Si entre ces quatre equations on élimine les trois quantités $\frac{p}{r}$ $\frac{q}{r}$ et α, on aura l'~~integrale~~ cherchée.

Mais remarquons que d'après cela on aurait deux fonctions arbitraires dans la solution, ce qui est trop général. (Je dis deux, car l'on peut supposer l'une des fonctions, $\varphi\alpha$, par exemple, $=\alpha$.)

Pour expliquer ce fait il suffit d'observer que nous avons satisfait à l'equation différentielle ~~[illegible]~~ par rapport à la première variable indépendante, et non par rapport à α.

Il faudra que l'on ait encore

$$p\frac{dx}{d\alpha} + q\frac{dy}{d\alpha} + r\frac{dz}{d\alpha} = 0$$

~~[illegible]~~

Or les equations (C) donnent par l'élimination de ~~[illegible]~~ $\frac{p}{r}$, $\frac{q}{r}$, deux relations entre $x\ y\ z\ \varphi\alpha\ \varphi_1\alpha\ \varphi_2\alpha$.

Supposons que ce soient

$$(a)\quad y = \Phi(x, \varphi\alpha, \varphi_1\alpha, \varphi_2\alpha)$$

$$(b)\quad z = \Psi(x, \varphi\alpha, \varphi_1\alpha, \varphi_2\alpha)$$

et prenons $\frac{dx}{d\alpha}=0$

Nous aurons tout le premier membre de l'équation

$$p\frac{dx}{d\alpha}+q\frac{dy}{d\alpha}+r\frac{dz}{d\alpha}=0 \quad (b)$$

exprimé en x $\varphi\alpha$ $\varphi'\alpha$, $\varphi_1\alpha$ $\varphi_1'\alpha$, $\varphi_2\alpha$ $\varphi_2'\alpha$

x devra disparaître, sans quoi l'on aurait par exemple

$$\varphi\alpha = f(\alpha, x)$$

et il restera une relation de la forme

$$A\varphi'\alpha + B\varphi_1'\alpha + C\varphi_2'\alpha = 0$$

pour l'obtenir, on supposera que x a été la variable indépendante primitive; alors, comme les 2 variables α et x ne peuvent varier en même temps $dx=0$ et il reste

$$q\frac{dy}{d\alpha}+r\frac{dz}{d\alpha}=0$$ ce précédemment

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ nous avons obtenu $\frac{p}{r}$ en éliminant des équations

(a) et (b) on tire $\frac{dy}{d\alpha}$ $\frac{dz}{d\alpha}$ donc on aura

$$A\varphi'(\alpha)+B\varphi_1'(\alpha)+C=0$$ qui est indépendante de x et qui ne contient que α. cette équation jointe à (a) et (b) détermine permet d'obtenir une équation définitive indépendante de α et qui ne contiendra qu'une fonction arbitraire. en un mot l'intégrale de la fonction proposée.

Soit $Zu = \int^u (m^2 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u)\, du$, m étant une constante arbitraire. Posons pour abréger

$$\varphi u = K^{\frac{1}{2}} \sin \mathrm{am}\, u$$

Nous aurons

$$(1)\quad \frac{[illegible]\ \varphi a\, \varphi u}{1-\varphi^2 a\, \varphi^2 u} = Za - \tfrac{1}{2}Z(u+a) + \tfrac{1}{2}Z(u-a)$$

Si l'on intègre par rapport à u, il viendra

$$(2)\quad \Pi(u,a) = u\,Za - \tfrac{1}{2}\int_0^{u+a} Zu\,du + \tfrac{1}{2}\int_0^{u-a} Zu\,du$$

La fonction $\Pi(u,a)$ étant $\int_0^u \frac{[illegible]}{1-\varphi^2 a\,\varphi^2 u}\,du$

La même formule, intégrée par rapport à a donne

$$(3)\quad \log(1-\varphi^2 a\,\varphi^2 u) + 2\int_0^a Zu\,du + \int_0^{u+a} du + \int_0^{u-a} Zu\,du$$

La formule (2) donne

$$\Pi(u,a)+\Pi(v,a)-\Pi(u+v,a) = -\tfrac{1}{2}\int_0^{u+a} + \tfrac{1}{2}\int_0^{u-a} - \tfrac{1}{2}\int_0^{v+a} + \tfrac{1}{2}\int_0^{v-a} + \tfrac{1}{2}\int_0^{u+v+a} - \tfrac{1}{2}\int_0^{u+v-a} Zu$$

D'où l'on tire par l'application de la formule (3)

$$\Pi(u,a)+\Pi(v,a)-\Pi(u+v,a) = \tfrac{1}{2}\log\left(\frac{1-K^2\sin\mathrm{am}\,a\ \sin\mathrm{am}\,u\ \sin\mathrm{am}\,v\ \sin\mathrm{am}(u+v+a)}{1+K^2\sin\mathrm{am}\,a\ \sin\mathrm{am}\,u\ \sin\mathrm{am}\,v\ \sin\mathrm{am}(u+v-a)}\right)$$

Si l'on fait dans la formule (2) $a=u$ il vient

$$\Pi(a,a) = a\,Za - \tfrac{1}{2}\int_0^{2a} Zu\,du$$

D'où

$$-\Pi\left(\frac{u+a}{2},\frac{u+a}{2}\right) + \frac{u+a}{2}Z\left(\frac{u+a}{2}\right) = \frac{1}{2}\int_0^{u+a} Zu\,du$$

$$-\Pi\left(\frac{u-a}{2},\frac{u-a}{2}\right) + \frac{u-a}{2}Z\left(\frac{u-a}{2}\right) = \frac{1}{2}\int_0^{u-a} Zu\,du.$$

On a la formule

~~sin am (K, iu)~~

$$\sin \mathrm{am}(iu, K) = i \tan \mathrm{am}(u, K')$$

d'où l'on déduit

$$\int_0^{u} (1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, iu)\, i\, du = i \int_0^u \sin^2 \mathrm{am}(u + K' \ldots)\, du$$

$$= \cancel{i \int_0^u \frac{du}{\sin^2 \mathrm{am}(u + K', K')}}$$

$$= i \left\{ \tan \mathrm{am}(u, K')\, \Delta \mathrm{am}(u, K') + \int_0^u \sin^2 \mathrm{am}(u, K')\, du \right\}$$

$$\int_0^u \int_0^u (1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, iu)\, i\, du \cdot i\, du = -\log \cos \mathrm{am}(u, K') + \int_0^u \int_0^u \sin^2 \mathrm{am}(u, K')\, du\, du$$

$$\int \Delta^2 \mathrm{am}\, iu \cdot i\, du = i \int \sin^2 \mathrm{am} \int u$$

$$\cos \Psi\, d\varphi + \cos \Phi\, d\psi = 0$$ 119

Soit ω le troisième côté, il est clair que par cette variation, il gagnera d'un côté $\cos \Psi\, d\varphi$ et qu'il perdra de l'autre $\cos \Phi\, d\psi$, il n'aura donc pas varié. Le troisième angle Ω devant satisfaire à la relation

$$\ldots \sin^2 \ldots + \ldots \sin^2 \omega = 0$$

n'aura pas varié non plus. Ainsi l'on peut regarder φ et ψ comme les côtés d'un triangle sphérique dont le troisième côté reste constant ainsi que l'angle compris. On aura donc par les principes de la trigonométrie

$$\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \cos \Omega = \cos \omega$$

Ω et ω étant des constantes assujetties à la relation

$$\sin^2 \Omega + \ldots \sin^2 \omega = 0$$

et dont l'une par conséquent est arbitraire.

Ainsi l'équation

$$\cos \Psi\, d\varphi + \cos \Phi\, d\psi = 0$$

a pour intégrale celle-ci

$$\cos \varphi \cos \psi + \sin \psi \sin \varphi \cos \Omega = \cos \omega \quad (a)$$

Si nous voulons vérifier ce résultat à posteriori, observons que l'équation trouvée peut se mettre sous l'une des formes

$$\cos \varphi \cos \omega + \sin \varphi \sin \omega \cos \Psi = \cos \psi$$

$$\cos \psi \cos \omega + \sin \psi \sin \omega \cos \Phi = \cos \varphi$$

parce qu'en substituant dans cette intégrale

$$y = \frac{px+q}{rx+s}$$

p, q, r étant indéterminés, on obtient l'intégrale générale. Nous pouvons donc ne nous occuper que de formules de la forme suivante

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1+\mu x^2)}}$$

où μ est une constante quelconque réelle.

Si l'on fait $x = \sin\varphi$, cette intégrale deviendra

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{1+\mu \sin^2\varphi}}$$

Nous pouvons maintenant trouver l'intégrale de l'équation

$$\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1+\mu x^2)}} + \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1+\mu y^2)}} = 0$$

par une méthode très simple due à Lagrange.

Soit $x = \sin\varphi$, $y = \sin\psi$

$$\sin^2\Phi + m\sin^2\varphi = 0, \quad \sin^2\Psi + m\sin^2\psi = 0$$

~~Formons un triangle sphérique dont les côtés soient~~

L'équation différentielle ci-dessus devient

$$\cos\Psi . d\varphi + \cos\Phi . d\psi = 0$$

Formons maintenant un triangle sphérique dont φ et ψ soient deux côtés, et Φ et Ψ les angles opposés. Voyons comment varieront le triangle sphérique quand φ et ψ varieront de manière à satisfaire à l'équation

Soit toujours $\varphi u = K^{\frac{1}{2}} \sin am u$ 120

$$\psi u = \varphi u . \varphi(u+\omega) . \varphi(u+2\omega) \ldots \varphi(u+[n-1]\omega)$$

nous aurons en appelant ω_1 une autre valeur de ω

$$\varphi(nu) = \psi u . \psi(u+\omega_1) . \psi(u+2\omega_1) \ldots \psi(u+[n-1]\omega_1)$$

ou bien

$$\varphi u = \psi \tfrac{u}{n} . \psi\left(\tfrac{u}{n}+\omega_1\right) . \psi\left(\tfrac{u}{n}+2\omega_1\right) \ldots$$

$$\sin am\left(\frac{u}{M}, \lambda\right) = \frac{1}{M} \sin am u \frac{1 - \frac{\sin^2 am u}{\sin^2 am \omega}}{1 - K^2 \sin^2 am u \ldots} \ldots\ldots \qquad \frac{dy}{\sqrt{\ }} = \frac{1}{M}\frac{dx}{\sqrt{\ }}$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$\varphi z = K^{\frac{1}{2}} \sin am(K^{-\frac{1}{2}} z, K)$$

$$\varphi'^2 z = (1 - K\varphi^2 z)(1 - K^{-1}\varphi^2 z)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varphi(a+b) &= \frac{\varphi a . \varphi' b + \varphi b . \varphi' a}{1 - \varphi^2 a . \varphi^2 b} \\ \varphi(a-b) &= \frac{\varphi a \varphi' b - \varphi b . \varphi' a}{1 - \varphi^2 a \varphi^2 b} \\ \varphi'^2 z - \varphi z . \varphi'' z &= 1 - \varphi^4 z \end{aligned}}$$

$d(ab)$ $da - db$

$$\varphi^2 a \varphi'^2 b - \varphi^2 b \varphi'^2 a = (\varphi^2 a - \varphi^2 b)(1 - \varphi^2 a \varphi^2 b)$$

$\varphi^2 a - \varphi^2 b$ $\varphi^2 a$

Pour la transformation.

Soit pour abréger $\varphi u = K^{\frac{1}{2}} \sin \mathrm{am}\, u$, en sorte que l'on ait

$$\varphi'^2 u = (1 - K\varphi u)(1 - K'\varphi u) \ldots$$

Posons pour un nombre impair n,

(1) $$\psi u = \varphi u \cdot \varphi(u+2\omega) \cdot \varphi(u+4\omega) \cdots \varphi(u+2(n-1)\omega) = \frac{U}{V}$$

ω étant $= \frac{mK + m'K'i}{n}$, m m' étant des nombres entiers.

On en déduit

(2) $$\psi v - \psi u = (\varphi v - \varphi u) \times \frac{(\varphi[v+2\omega] - \varphi u)(\varphi[v+4\omega] - \varphi u) \cdots (\varphi[v+2(n-1)\omega] - \varphi u)}{(1 - \varphi^2 u\, \varphi^2(2\omega))(1 - \varphi^2 u\, \varphi^2(4\omega)) \cdots}$$

Soit $\varphi v = \pm K^{\pm\frac{1}{2}}$ il vient $\varphi[v+2\omega] = \varphi[v+2(n-1)\omega]$, $\varphi[v+4\omega] = \varphi[v+2(n-2)\omega]$ et ainsi de suite; il ressort que le numérateur du second membre de l'équation (2) devient un carré parfait. Soit $\psi v = \pm\lambda^{\pm\frac{1}{2}}$ la valeur de ψv correspondante à $\varphi v = \pm K^{\frac{1}{2}}$. On aura donc

(3) $$\pm\lambda^{\pm\frac{1}{2}} - \psi u = (\pm K^{\pm\frac{1}{2}} - \varphi u) \cdot \frac{Q^2}{V}$$

Q^2 étant un carré et V étant égal à l'expression

$$(1 - \varphi^2 u\, \varphi^2(2\omega))(1 - \varphi^2 u\, \varphi^2(4\omega)) \cdots (1 - \varphi^2 u \cdot \varphi^2[\tfrac{n-1}{2}\omega])$$

~~[illegible] ... dans la formule (3), [illegible]~~

~~[illegible]~~

Mais tout facteur [illegible] de $mV - U$ lui est commun avec

$$V dU - U dV$$

121

$$q(Bq + Hr) + (Kr - Iq)s = 0$$

$$\cancel{s = \frac{(Kr - Iq)}{q}}$$

$$s = \frac{q(Bq+Hr)}{Iq - Kr}.$$

$$Ap + Eq + Fr + \frac{Gq(Bq+Hr)}{Iq - Kr} = 0.$$

on obtient une éq. du 1er degré par rap. à p. d'où l'on tire p. Ayant les val. s et p on les met dans $f(p, q, r, s)$ qui devient f. rat. de q et r.

$$\cancel{r = \frac{\lambda_2(q, r)}{\lambda_1}} \quad \cancel{q = \mu_2(q, r)}$$

$$p = \frac{\varpi_2(q, r)}{\mu_1} \quad q = \frac{\sigma_2(q\, r)}{\mu_1}$$

$$\frac{M\varpi_2^3}{\mu_1^3} + Nq^3 + Pr^2 \frac{\sigma_2}{\mu_1} + \text{etc.}$$

$$Mp^3 + Nq^3 + Pr^2 s.$$

$$M\varpi_2^3 + N\mu_1^3 q^3 + \text{etc.}$$

$x\, y\, z.$

$p\, q\, r\, s\, t.$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)} \ldots$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}.$$

Autre méthode Faire disp. les carrés des $f(q, r, s\, t)$.

Il y a beaucoup de manières [illegible] d'éliminer l'une quelconque des 5 quantités $p\, q\, r\, s\, t$. par exp. s (au lieu de t). Ensuite une autre ou deux autres par exp. q et t. Il reste p et r. Enfin on obtient le rapport $\frac{p}{r}$ et il ne reste que r.

2e degré $x^2 + Ax + B = 0.$

$$v = p + qx$$

$$x = \frac{v-p}{q}.$$

$$(v-p)^2 + A(v-p)q + Bq^2 = 0.$$

$$\cancel{v^2 - 2p}$$

$$v^2 + (Aq - 2p)v + p^2 - Apq + Bq^2 = 0.$$

$$p = \frac{A}{2}q.$$

$$\cancel{v^2 + \frac{A^2}{4} - \frac{A^2}{2}q + Bq^2 = 0.}$$

$$v^2 + \frac{A^2}{4}q^2 - \frac{A^2}{2}q^2 + Bq^2 = 0.$$

$$v^2 = q^2\left(\frac{A^2}{4} - B\right).$$

$$v = q\sqrt{\frac{A^2}{4} - B}$$

3e degré.

$$x^3 + Ax + B = 0.$$

Il suffit de prendre $v = p + qx$. Quand $p\, q$ a la a 3.

$$\cancel{p^3 + 3p^2qx + 3pq^2x^2} + q^3x^3.$$

$$\frac{(v-p)^3}{q^3} + \frac{A(v-p)}{q} + B = 0.$$

$$(v-p)^3 + Aq^2(v-p) + Bq^3 = 0.$$

$$[(v-p)q - Br^2]^3 + A[(v-p)q - Br^2][r(v-p) + q^2 + Ar^2]^2 + B[r(v-p) + q^2 + Ar^2]^3 = 0$$

$$v^3(q^3 + Ar^2q + Br^3) + v^2\{$$

$$v = p + qx + rx^2$$

$$vx = px + qx^2 \cancel{+ r(Ax+B)}$$

ou $vx = px + qx^2 - r(Ax + B).$

$$vx = (p - Ar)x + qx^2 - Br.$$

$$v = p + qx + rx^2.$$

$$\cancel{0 = -Br}$$

$$\cancel{(v - p + Ar)x}$$

$$0 = -Br + (p - v - Ar)x + qx^2 \quad -r$$

avec $0 = p - v + qx + rx^2 \quad q.$

) d'où éliminant x^2

$$q(p-v) + Br^2 + \{q^2 + Ar^2 + r(v-p)\}x = 0.$$

$$x = \frac{(v-p)q - Br^2}{r(v-p) + q^2 + Ar^2}.$$

$Ax^4 + By^4 + 2Cx^2y^2 + 2Dx^2 + 2Ey^2 + F = 0$

$(Ax^2 + By^2 + C)(ax^2 + by^2 + c) = 1$

$Ax^2 + By^2 =$

$x^2 = 2at + \frac{2b}{t} + c$

$y^2 = 2a't + \frac{2b'}{t} + c'$

$x^2 = at^2 + bt^4$

$x\,dx = \left(at - \frac{b}{t}\right)\frac{1}{t}$

$y\,dy = \left(a't - \frac{b'}{t}\right)\frac{1}{t'}$

$$\frac{\left(at - \frac{b}{t}\right)^2 \frac{1}{t^2}}{\left(2at + \frac{2b}{t} + c\right)^2}$$

$(x^2+y^2)^2 = (x^2 - y^2)$

$x^2 = t^2 + t^4$

$y^2 = t^2 - t^4$

$(1+2t^2)^2(1-t^2)$

$dx^2 = \frac{(1+2t^2)^2}{t^2+t^4}$

$dy = \frac{dx}{n}$

$x = nz$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8}$

122

123

La même équation algébrique qui donne la solution de l'équation transcendante

$$\frac{K}{K'} = \sqrt{p}$$ p étant un nombre entier

donne celle des équations de la forme

$$\frac{K}{K'} = \sqrt{p - q^2}$$

q^2 étant un nombre entier quelconque.
Toutes les autres solutions ne pourraient être que de la forme

$$\frac{K}{K'} = \frac{m \ldots + \sqrt{p-q^2}}{\ldots}$$

$$\frac{x^2 \pm y^2}{x \pm y}$$

$$\frac{x^2 \pm y^2}{\sqrt{x \pm y}}$$

8 27 64 125 | 216 343 512 729 1000

$\frac{27+125}{8} = 19$ $\frac{64+125}{27} = 7$

27+125

152

76

38

19

$\frac{19}{8}$

$\frac{3^3+5^3}{2^3}$

$\frac{343}{216}$ 559

189

21

$\frac{343}{64}$ 407

$\frac{4^3+5^3}{3^3}$

$\frac{343}{8}$ 351

$\frac{343}{125}$ 468

234 117 117 13

$\frac{2^3+7^3}{3^3}$ $\frac{5^3+7^3}{3^3}$

$x^2 = a + bt^2 + ct^4$

$y^2 = d + et^2 + \ldots$

$x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_\infty$

$mK \qquad \frac{m}{K} \qquad m\frac{K+n}{K-n}$

$-K \qquad \frac{1}{K}$

~~$x_0 \; x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4 \; x_\infty$~~

0	1	2	3	4	∞
4	3	0	∞	2	1
2	∞	4	1	0	3

$-\frac{K+1}{K-1} \qquad \frac{K+1}{K+1}$

0	1	2	3	4	∞
∞	1	3	2	4	0

$\frac{m}{K}$

2.2.3.2

$-K \qquad \pm\frac{1}{K}$

0	1	2	3	4	∞
0	2	4	1	3	∞
0	4	3	2	1	∞
0	3	1	4	2	∞

$$m\frac{-m\frac{K+n}{K-n}+n}{-m\frac{K+n}{K-n}-n}$$

$$m\frac{(-m+n)K+n(-m-n)}{(-m-n)K+n(m+n)}$$

$m=n \qquad m=-n$

$m\frac{K\pm m}{K\mp m} \qquad \frac{K\pm 1}{K\mp 1} \qquad \frac{K\pm 2}{K\mp 2}$

$-2\frac{K+2}{K-2} \qquad -2 \qquad 0$

$A_m X^m + A_{m-2}X^{m-2} + A_{m-3}X^{m-3} + \dots + A_1 X + A_0.$

A_m ne contient aucun facteur multiple d'ordre inférieur à $m-1$

A_{m-2} de degré inférieur à A_m de plus de deux unités, contient tous les facteurs ~~de A_m~~ multiples de A_m à une puissance moindre d'une unité.

A_{m-3} de degré inférieur à A_m de plus de trois unités, contient ~~tous~~ les facteurs multiples de A_m à une puissance moindre de deux unités.

. . . .

A_1 de degré inférieur à A_m de plus de $m-1$ unités, contient à la première puissance tous les facteurs de A_m multiples de l'ordre $m-1$.

A_0 ~~de degré inférieur~~ à A_m de plus de m unités

$\int X\,dx \qquad \mathcal{L}\left(\left(X\frac{F'}{F}\right)\right)$

~~$p+qX+rX^2+\dots+tX^{m-1}$~~

multiplié par $x-a$ nul pour $x=a$

de degré <-1

$$\boxed{\frac{p+qX+rX^2+\dots+tX^{m-1}}{D}}$$

$D=(x-a)^n Q$

$p+r\Sigma_2+s\Sigma_3+\dots+t\Sigma_{m-1}=0$

$(x-a)^{m-\dots}$

$(x-a)^{m(n-1)}$

310

$-\frac{2}{3}x(x-a)^2+(x-a)(1-x^2)$

$p+qX+rX^2+\dots+tX^{m-1}$

$-\frac{2}{3}x(x-a)+(1-x^2)$

$(x-a)(x-b)(x-c)\dots$

$m+n-1$

$\frac{dx}{X} ~~- \frac{dy_1}{Y_1} +~~ \text{etc}$

$m+n$

$\varphi x\,dx = \psi(y_1)\,dy_1 + \psi(y_2)\,dy_2 + \dots + \psi(y_n)\,dy_n$

$$\frac{-\frac{4}{3}x(x-a)^2+2(x-a)(1-x^2)}{\sqrt{(1-x^2)(x-a)}}$$

$\int\frac{dx}{\sqrt{(x-a)(1-x^2)}} \qquad \sqrt{x-a}$

$\int\frac{-2x\sqrt{x-a}}{\sqrt{1-x^2}}+\int\frac{1-x^2}{\sqrt{x-a}\sqrt{1-x^2}}\,dx$

$\int\frac{-2x(x-a)+(1-x^2)}{\sqrt{(x-a)(1-x^2)}}\,dx$

$\sqrt{(x-a)^3}$

$\frac{3}{2}\sqrt{x-a}$

$$\frac{(x-a)(x-p)(x-q)\ldots\ldots}{(x-P)(x-Q)\ldots\ldots} = \left\{ \frac{(x-p)(x-q)\ldots\ldots}{(a-p)(a-q)\ldots\ldots}\sqrt{\varphi a} + (x-a)\left[\frac{(x-q)(x-r)\ldots}{(p-q)(p-r)\ldots}\,\frac{\sqrt{\varphi p}}{pa} + \ldots\right]\right\}^2$$

$\cancel{(a-x)(a-y)} = A^2$ $\quad xy = A^2$ $\quad \cos u \cos v = A$

$(b-x)(b-y) = B^2$ $\quad \cancel{(1-x^2)(1-y^2) = B^2}$ $\quad \sin u \sin v = B$

$(y-z)($

$\sin^2 u + \sin^2 v = 1 - A^2 + B^2$

$\sin^2 u \sin^2 v = B^2$

$\sin^2 u = \dfrac{1 - A^2 + B^2 \pm \sqrt{1 - 2(A^2+B^2) + (A^2-B^2)^2}}{2}$

$F'(z) = 0$

$$\left(P \pm Q\sqrt{1-2(A^2+B^2)+(A^2-B^2)^2}\right)^2 = 1 - A^2 + B^2 \pm \sqrt{\ }$$

$\varphi(y, z) = 0$

$m^2 - n^2 = B$

$m^2 + n^2 = \dfrac{1 - A^2 + B^2}{2}$

$\cancel{x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + \ldots = 0}$

$\varphi x_1\, dx_1 + \varphi x_2\, dx_2 + \varphi x_3\, dx_3 + \ldots = \psi y_1\, dy_1 + \psi(y_2)\, dy_2 + \ldots$

$x_1 \varphi x_1\, dx_1 + \ldots = y_1 \psi y_1\, dy_1 + y_2 \psi y_2\, dy_2 \ldots\ldots$

$y_1\, dy_1 =$

$$\sin \mathrm{am}(u+K, k) = \frac{\cos \mathrm{am}\, u}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\cos \mathrm{am}(u+K, k) = -\frac{k' \sin \mathrm{am}\, u}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\Delta \mathrm{am}(u+K, k) = \frac{k'}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\sin \mathrm{am}(u+iK', k) = \frac{1}{k \sin \mathrm{am}\, u}$$

$$\cos \mathrm{am}(u+iK', k) = \frac{i\, \Delta \mathrm{am}\, u}{k \sin \mathrm{am}\, u}$$

$$\Delta \mathrm{am}(u+iK', k) = \frac{i \cos \mathrm{am}\, u}{\sin \mathrm{am}\, u}$$

$$\sin \mathrm{am}(u+K+iK', k) = \frac{\Delta \mathrm{am}\, u}{k \cos \mathrm{am}\, u}$$

$$\cos \mathrm{am}(u+K+iK', k) = \frac{k' i}{k \cos \mathrm{am}\, u}$$

$$\Delta \mathrm{am}(u+K+iK', k) = -\frac{k' i \cdot \sin \mathrm{am}\, u}{\cos \mathrm{am}\, u}$$

$$\sin \mathrm{am}(iu+K, k) = \frac{1}{k} \Delta \mathrm{am}(u+K', k')$$

$$\cos \mathrm{am}(iu+K, k) = \frac{k' i}{k} \Delta \mathrm{am}(u+K', k')$$

$$\Delta \mathrm{am}(iu+K, k) = k' \sin \mathrm{am}(u+K', k')$$

$$\left(\sin \quad , \; iK'\right) \quad \left(\cos \quad , \; K+iK'\right) \quad \left(\Delta \quad , \; K\right)$$

$$\left(\frac{1}{k'}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta$$

$$= \frac{\lambda\, k^{\frac{1}{2}} k'}{k'^{\frac{1}{2}}}$$

$K^{\frac{1}{2}} \sin \mathrm{am}\, u = \varphi u$

$\left(\frac{K}{K'}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \mathrm{am}\, u = f u$

$\left(\frac{1}{K'}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta \mathrm{am}\, u = F u$

$\varphi(u + iK') = \frac{1}{\varphi u}$

$f(u + iK') = \frac{F u}{\varphi u}$

$F(u + iK') = \frac{f u}{\varphi u}$

$\varphi(u + K) = \frac{i f u}{F u}$

$f(u + K) = \frac{i \varphi u}{F u}$

$F(u + K) = \frac{1}{F u}$

$\varphi(u + K + iK') = \frac{F u}{f u}$

$f(u + K + iK') = \frac{i}{f u}$

$F(u + K + iK') = \frac{[illegible]\varphi u}{f u}$

φu	K	iK'
$f u$	$\frac{K}{K'}$	$K + iK'$
$F u$	K'	K

$\varphi^2 u + K' f^2 u = K$

$\frac{1}{K} \varphi^2 u + \frac{K'}{K} f^2 u = 1$

$\frac{K'}{K} f^2 u + \frac{1}{K} F^2 u = 1$

$K' F^2 u + K \varphi^2 u = 1$

$K' F^2 u = 1 - K \varphi^2 u$

$K - K' f^2 u$

$\frac{K'}{K} F^2 u - \frac{K}{K'} f^2 u =$

$a\varphi'(u) = [illegible]\, f u . F u$

$a f'(u) = - \varphi u . F u$

$a F'(u) = - K \varphi u . f u$

$-(k-1) \frac{d d'(r^{k+1})}{(k+1)\, r^{k+1}} + (k-1) \frac{d d'(r^{k+1})}{(k+1)\, r^{k+1}} = - \frac{(k-h)}{1} \frac{[illegible]}{r^2}$

$- \frac{d r}{d s'} [illegible] - \frac{d' r}{d s}$

$(k-1) \frac{d d'(r^{k+1}) . d' r}{(k+1)\, r^{k+1} . d s'}$

$\int d \left(\frac{d' r}{d s'}\right) \frac{d' r}{d s'} d s$

$\int \left(\frac{d' r}{d s'}\right) d s = 0$

$-\frac{1}{2} \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos\omega$

$\mathcal{M}d$

$K^2(M - aF_1)F_1' + K'^2\left(Ni - Mi + \left(a - \frac{b}{K^2}\right)F_1'\right)F_1 - bF_1F_1' + \dots$

$(K^2 - iK'^2)M + K'^2 i N - \sqrt{(1+K^2x^2)(1-x^2)}$

$aK^2 + aK'^2$ $\quad (K^2 G_1)F_1' + (K'^2 G_1')F_1$

$-bF_1E_1' + \frac{\pi}{2}b$

$G_1 = M - aF_1$

$Z(u+\omega) = Zu + Z\omega$

$G_1' = Ni - Mi + \left(a + \frac{b}{K^2}\right)F_1'$

$Z(u+\omega i) = Zu + Z(\omega i)$

Periodes $\quad K \quad H$

$M = aK + b\int_0^K \sin^2 \mathrm{am}\, u\, du$

$N = M + i\left(a + \frac{b}{K^2}\right)K' - bi\int_0^{K'}$

$i^2 + 1 = 0$ $\quad$ non $> \frac{1}{K}$

$Zu = \int_0 (a + b\sin^2 \mathrm{am}\, u)\, du$

$i\int_0^{K'} \left(a + \frac{b}{K^2}\Delta^2 \mathrm{am}(u + K')\right) du$

$\int_0^K (a + b\sin^2 \mathrm{am}\, u)\, du = M$

$K + iK' = L$

$M + i\int_0^{K'} \left\{a + \frac{b}{K^2} - \frac{b}{K^2}\sin^2 \mathrm{am}(u, K')\right\} du = N$

127

$\frac{d \sin \mathrm{am}\, u}{du} = \cos \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u$

$\frac{d \cos \mathrm{am}\, u}{du} = -\sin \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u$

$\frac{d \Delta \mathrm{am}\, u}{du} = -K^2 \sin \mathrm{am}\, u \cos \mathrm{am}\, u$

$\frac{\cos \mathrm{am}\, iu}{\Delta \mathrm{am}\, iu} = \frac{1}{\Delta \mathrm{am}(u, K')}$

$1 - \frac{K'^2 \sin^2 \mathrm{am}(u, K')}{\Delta \mathrm{am}(u, K')}$

$1 + 2\cos \frac{\pi u}{K}$

$q^{2m} - 2q^{2m}\cos \frac{\pi u}{K} + q^{4m}$

$1 - 2q^{2m-1}\cos \frac{\pi u}{K} + q^{4m-2}$

q^m

$Z(u+a) = Zu + Za - K^2 \sin \mathrm{am}(u+a) \sin \mathrm{am}\, u \sin \mathrm{am}\, a$

$\sin^2 \mathrm{am}\, u - \sin^2 \mathrm{am}$

$\sin^2 \mathrm{am}(u+a) - \sin^2 \mathrm{am}\, u =$

$\lambda \sin \mathrm{am}\, a$

$Z(u+a) - Z(v+a) = Zu - Zv - K^2 \sin \mathrm{am}\, a \{\sin \mathrm{am}(v+a) \sin \mathrm{am}\, u - \dots$

$a = iK'$

$\frac{\cos \mathrm{am}(u+iK')\, \Delta \mathrm{am}(u+iK')}{\sin \mathrm{am}(u+iK')} \sin \mathrm{am}\, u -$

$Z(u+iK') - Z(v+iK') = Zu - Zv + \frac{\cos \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u}{\sin \mathrm{am}\, u} - \frac{\cos \mathrm{am}\, v\, \Delta \mathrm{am}\, v}{\sin \mathrm{am}\, v}$

$\frac{\Theta(u+iK')}{\Theta u} : \frac{\Theta(v+iK')}{\Theta v} :: \sin \mathrm{am}\, u : \sin \mathrm{am}\, v$

$$Z(u+iK') - Z(K+iK') = Zu + \frac{d \log \sin \operatorname{am} u}{du}$$

$$Z(u+K+iK') - Z(K+iK') = Zu + \frac{d \log \cos \operatorname{am} u}{du}$$

$$Z(u+K) = Zu + \frac{d \log \Delta \operatorname{am} u}{du}$$

$$\frac{\Theta(u+iK')}{\Theta(v+iK')} = \frac{\Theta u}{\Theta v} \cdot \frac{\sin \operatorname{am} u}{\sin \operatorname{am} v}$$

Evariste Galois

Galois

Galois

Evariste

Evariste

$$\frac{\Theta(u+K+iK')}{\Theta(v+K+iK')} = \frac{\Theta u}{\Theta v} \cdot \frac{\cos \operatorname{am} u}{\cos \operatorname{am} v}$$

$$\frac{\Theta(u+K)}{\Theta(v+K)} = \frac{\Theta u}{\Theta v} \cdot \frac{\Delta \operatorname{am} u}{\Delta \operatorname{am} v}$$

$$Z(K) = Z(0)$$

$$\int^u \{ \ldots - k^2 \sin^2 \operatorname{am}(K+iu) \} du =$$

$$\ldots \sin^2 \operatorname{am}(K+iu) = \ldots \sin \operatorname{am}(u+K', k')$$

$\cos \operatorname{am} K \; \Delta \operatorname{am} K$

$$\int_0^{u+iK'} - \int_0^{v+iK'} =$$

$$Z(K) = Z_0$$

$$\frac{\Theta(u+iK')}{\Theta(K+iK')} = \frac{\Theta u}{\Theta(K)} \sin \operatorname{am} u$$

$$\int Z(u+iK')\,du = \int Zu\,du - uZv + \log \sin \operatorname{am} u - i \frac{d \log \sin \operatorname{am} v}{dv} + C$$

$$\frac{\Theta(u+K+iK')}{\Theta(K+iK')} = \frac{\Theta u}{\Theta(0)} \cos \operatorname{am} u$$

$$e^{au+b}\frac{\Theta(u+K)}{\Theta(K)} = \frac{\Theta u}{\Theta(0)} \Delta \operatorname{am} u$$

$$\Gamma(x)\,\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin \pi x}$$

$$Z(K+iu)$$

$$K \sin \cos \operatorname{am}(iu, K) = \Delta \cos \operatorname{am}(u, K')$$

$\sin \operatorname{am} u$	0	1
$\sin \operatorname{am}(K+iu)$	1	$\frac{1}{k}$
$\sin \operatorname{am}(K+iK'+u)$	$\frac{1}{k}$	$\frac{1}{0}$

$$\frac{1}{\cos^2 + k'^2 \sin^2}$$

$$\frac{1+\tan^2}{1+k'^2 \tan^2}$$

$$-i\,\frac{k \sin \operatorname{am} u}{\Delta \operatorname{am} u}$$

$$\sin \mathrm{am}(u+v) = \frac{\sin \mathrm{am}\, u \cos \mathrm{am}\, v\, \Delta \mathrm{am}\, v + \sin \mathrm{am}\, v \cos \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u}{1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u \sin^2 \mathrm{am}\, v}$$

$$\cos \mathrm{am}(u+v) = \frac{\cos \mathrm{am}\, u \cos \mathrm{am}\, v - \sin \mathrm{am}\, u \sin \mathrm{am}\, v\, \Delta \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, v}{1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u \sin^2 \mathrm{am}\, v}$$

$$\Delta \mathrm{am}(u+v) = \frac{\Delta \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, v - K^2 \sin \mathrm{am}\, u \sin \mathrm{am}\, v \cos \mathrm{am}\, u \cos \mathrm{am}\, v}{1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u\, \cancel{\sin^2 \mathrm{am}\, v}}$$

$$\varphi z = K^{\frac{1}{2}} \sin \mathrm{am}\left(K^{-\frac{1}{2}} x, K\right) \qquad \frac{1}{K'} \frac{\Delta \mathrm{am}\, v}{\sin \mathrm{am}\, v} \qquad K \qquad K' \Delta \mathrm{am}\, u$$

$$\varphi(a+b) = \frac{\varphi a\, \varphi' b + \varphi b\, \varphi' a}{1 - \varphi^2 a\, \varphi^2 b} \qquad \sqrt{} \qquad \frac{\Delta (\ )}{\Delta \mathrm{am}\, K}$$

$1 - K \varphi^2(a+b) =$

$$\sin \mathrm{coam}\, u = \frac{\cos \mathrm{am}\, u}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\cos \mathrm{coam}\, u = K' \frac{\sin \mathrm{am}\, u}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\Delta\, \mathrm{coam}\, u = \frac{K'}{\Delta \mathrm{am}\, u}$$

$$\left\{ \frac{\cos \mathrm{am}\, v\, \Delta \mathrm{am}\, v}{v} - 1 \right\} \sin \mathrm{am}\, u + \cos \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u$$

$$\cos \mathrm{am}\, u \left\{ \frac{\cos \mathrm{am}\, v}{\frac{1 - K^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u \sin^2 \mathrm{am}\, v}{v}} - 1 \right\} - \sin \mathrm{am}\, u\, \Delta \mathrm{am}\, u$$

$$\int \frac{l^2 \varphi' u\, \varphi u\, du}{1 - l^2 \varphi^2 u} \qquad \frac{K^2 \varphi(u+K)\, \varphi'(u+K)}{}$$

$$\frac{\varphi' u\, \varphi K}{1 - l^2 \varphi^2 u} \qquad \frac{1}{2} \frac{d \log}{du} \left\{ \left(1 - l^2 \varphi^2 u\right) \left(1 - \ \right) \right\}$$

$$A\ \Theta(u+M+N) = \Theta u \cdot e^{\{V(M) + V(N)\} u} \qquad \varphi u$$

$$B\ \Theta(u+M) = \Theta u \cdot e^{V(M) \cdot u} \qquad \sqrt{1 - \frac{\varphi^2 u}{n^2}}$$

$$C.\ \Theta(u+N) = \Theta u \cdot e^{V(N) u} \qquad \sqrt{1 - \frac{\varphi^2 u}{m^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-K^2x^2)(1-l^2x^2)}} = u \qquad x = \varphi u$$

$$\{\Theta(M)\}^2 \qquad \int \frac{m^2 - K^2 l^2 x^2}{\sqrt{(1-K^2x^2)(1-l^2x^2)}}\, dx = Z u$$

$$Z(u+v) = Zu + Zv - K^2 l^2 \varphi(u+v)\, \varphi u\, \varphi v \qquad \frac{d \log \varphi' u}{\varphi u}$$

$$Z(u+K) = Zu + Z(K) - \frac{l^2 \varphi' u\, \varphi u}{1 - l^2 \varphi^2 u}$$

$$Z(u+L) = Zu + Z(L) - \frac{K^2 \varphi' u\, \varphi u}{1 - \ }$$

$$Z(u+K+L) = Zu + Z(K) + Z(L) + \frac{\varphi' u}{\varphi u}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = u \qquad x = \varphi u$$

$$\int_0 \frac{\;dx}{\sqrt{(1-k^2x^2)(1-x^2)}} = Zu \qquad \Theta u = e^{\int_0 Zu\,du}$$

$$Z(u+K) = Zu + Z(K) - \frac{k^2\varphi u\,\varphi k}{1-k^2\varphi^2 u}$$

$$Z(u+L) = Zu + Z(L) - \frac{k^2\varphi u\,\varphi k}{1-K^2\varphi^2 u}$$

$$Z(u+K+L) = Zu + Z(K) + Z(L) + \frac{\varphi' u}{\varphi u}$$

$$\int Zu\,du$$

$$\int_0^{u+K} = \int_0^u + \int_0^K + u\,Z(K) + \tfrac{1}{2}\log(1-k^2\varphi^2 u)$$

$$\int_0^{u+L} = \int_0^u + \int_0^L + u\,Z(L) + \tfrac{1}{2}\log(1-K^2\varphi^2 u).$$

K. $$\int_0^{u+K+L} = \int_0^u + \int_0^K + \int_0^L + u\{Z(K)+Z(L)\} + \log\varphi u + C$$

$$\int_0^K \ldots K\{Z(K)+Z(L)\} + \log\frac{1}{k} + C$$

$$K\,Z(L) + \tfrac{1}{2}\log(K^2-l^2) = L\,Z(K) + \tfrac{1}{2}\log(l^2-k^2)$$

$$\int_0^L = \int_0^K + \int_0^K + K\{Z(K)+Z(L)\} + \log\frac{1}{k} + C$$

$$\frac{\Theta(u+K)}{\Theta u} = \frac{\Theta(K)}{\Theta 0}\,e^{u\,Z(K)}\cdot\sqrt{1-l^2\varphi^2 u}$$

$$e^{\,Z(K)}$$

$$\frac{\Theta(u+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta(L)}{\Theta 0}\,e^{u\,Z(L)}\cdot\sqrt{1-K^2\varphi^2 u}$$

$$\frac{\Theta(u+K+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta(L)}{\Theta 0}\,\frac{\Theta(K)}{\Theta 0}\,e^{u\{Z(K)+Z(L)\}}\cdot e^{L.Z(K)}\sqrt{l^2-K^2}\cdot\varphi u$$

$$e^{L.Z(K)}\sqrt{l^2-K^2} = e^{K.Z(K)}\sqrt{K^2-l^2}$$

$$\frac{\sqrt{P}}{L\ldots D} \qquad Ec(\ldots c + i\ldots)$$

$$\frac{8}{8} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{8}{16}$$

$$(c-c^3)\,y'' + \frac{\ldots 3c^2}{\ldots}\,y' + \ldots y = 0$$

$$y^4 + y^{12}$$

$$\sqrt{Ax+By+C} \qquad \sqrt{x+\ldots} \qquad (x+ay-\ldots)$$

(1) $ax+b=0$

(2) $ax = -b$

(3) $x = \frac{-b}{a}$

(4) $\frac{-b}{a} = -\frac{b}{a}$

(5) $x = -\frac{b}{a}$

$$u = \int_0^{\varphi u} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

$$K\,l = 1$$

$$\frac{K}{\sqrt{K^2-l^2}} \quad (1 - l^2\varphi^2 u)$$

$$Z(L) = \frac{K}{2} Z(L) \ldots \frac{L}{2} Z(K)$$

$$\frac{L}{2} Z(K) + \frac{L}{2} \qquad (1 - K^2\varphi^2 u) = \xi^2 u$$

$$\sqrt{l^2-K^2} \quad \left(u + \frac{L}{2}\right) Z(L)$$

$$\left(u + L + \frac{K}{2}\right) Z(K) + \qquad 1 - l^2\varphi^2 u \qquad \psi^2 u$$

$$e^{\frac{L}{2} Z(K)} \qquad 1 - K^2\varphi^2 u \qquad \frac{\Theta(u+K+L)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}\right) Z(K)} \, e^{\left(u+\frac{L}{2}\right) Z(L)}\, \Theta u}$$

$$\varphi(L + \ldots)\, Z(K) + \ldots = \left(K + \frac{L}{2}\right) Z(L) + \frac{K}{2} Z(K)$$

$$\int_0 \frac{dx}{\sqrt{(K^2 \ldots)\left(L + \frac{K}{2} \ldots\right)}}$$

$$\cancel{\frac{\Theta(u+K)}{\Theta u}} \qquad \frac{\Theta(u+K)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}\right) Z(K)}\, \Theta u} =$$

$$\sqrt{\;} \qquad Z(K) \qquad \frac{\Theta(u+L)}{e^{\left(u+\frac{L}{2}\right) Z(L)}\, \Theta u} =$$

$$\left(1 - \frac{l^2}{K^2}\right)\left(1 - \frac{K^2}{l^2}\right)$$

$$\sqrt[4]{\frac{(K^2-l^2)(l^2-K^2)}{\sqrt{K}}} \qquad \frac{\Theta(u+K+L)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}+\frac{L}{2}\right)(Z(K)+Z(L))}\, \Theta u} =$$

131

$$Fx + \frac{dx}{x} \qquad Fx + hF'x +$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = a \int \frac{dz}{\ldots}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} : \int_0^x \frac{dz}{z} :: \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} : \int_1^{\sqrt{-1}} \frac{dz}{z}$$

$$\int (1-k^2x^2)\,dx$$

$$E'(k') \qquad F'(k')$$

$$x + \frac{Fx}{ax^m} \qquad x - \frac{Fx}{ax^m}$$

$$e^{\pi i \frac{u}{2K}}$$

$$\sum \sin am \ldots$$

$$\sin am(u, \lambda) = \frac{K}{\Lambda} \sin am\left(\frac{\Lambda u}{K}, \lambda\right) \prod \left\{ \frac{1 - \dfrac{\sin^2 am\left(\frac{\Lambda u}{K}, \lambda\right)}{\sin^2 am\left(\frac{\Lambda K' i}{K}, \lambda\right)}}{1 - \dfrac{\sin^2 am\left(\frac{\Lambda u}{K}, \lambda\right)}{\sin^2 am\left\{(2n-1)\frac{\Lambda K' i}{K}, \lambda\right\}}} \right\}$$

pourvu que l'on ait

$$n\frac{K}{K'} = \frac{\Lambda}{\Lambda'}$$

n ~~rationnel~~

ou le ~~dénominateur~~ unique

$$x + a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \cdots \frac{a_m}{x^m} = x$$

$$\frac{1 - \cos 2\cos x}{1 - \cos \ldots}$$

$$\sin am(u, K) = \frac{K'}{\Lambda'} \sin am\left(\frac{\Lambda' u}{K'}, \lambda\right) \cdot \prod \left\{ \frac{1 - \dfrac{\sin^2 am\left(\frac{\Lambda u}{K}, \lambda\right)}{\sin^2 am\left(2n\frac{\Lambda' K}{K'}, \lambda\right)}}{1 - \dfrac{\sin^2 am\left(\frac{\Lambda u}{K}, \lambda\right)}{\sin^2 am\left((2n-1)\frac{\Lambda' K}{K'}, \lambda\right)}} \right\}$$

pourvu que

$$n\frac{K}{K'} = \frac{\Lambda}{\Lambda'}$$

$$1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$$

$$n\Lambda' i$$

$$E = 0 \qquad n\lambda \qquad 0 \quad 1 \qquad n$$

Comparaison des deux fonctions qui ont même période (minoris ou majoris)

$\sin \mathrm{am}\left(\frac{K}{\Lambda'}\right) = \ldots \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{3}}}{2}$

$x^4 - 4x^2 - 1 = 0$

$\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{3}}{2}}$

$\sin \mathrm{am}(u, k) = 0$

$= \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{3}}}{2}$

$\pm\sqrt{2 \pm \sqrt{3}}$

$\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}$

$\sin 75^\circ$

$\sqrt{2 \pm \sqrt{3}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$a + b = 2$ $\quad$ $a + b = 2$ $\quad$ $ab = \frac{1}{2}$

$\sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2}}$

$\frac{1+\cos 30^\circ}{2}$

$\frac{K}{\Lambda'}$ $\quad$ $\frac{K'}{\Lambda}$

$1 - \frac{\sin^2 \mathrm{am} \ldots}{\sin^2 \mathrm{am} \ldots}$ $\quad$ Π $\quad$ $\frac{K}{K'} = \frac{\Lambda}{\Lambda'}$

$\sqrt{2}$

$\varphi u = K^{\frac{1}{2}} \sin \mathrm{am}\, u$

$\psi u \quad \varphi u \quad \varphi(u+4\omega) \quad \varphi(u+8\omega) \ldots \varphi(u+4(n-1)\omega)$

$\psi v - \psi u = (\varphi v - \varphi u) \frac{[\varphi(v+4\omega) - \varphi u][\varphi(v+8\omega) - \varphi u]}{[1-\varphi^2 4\omega\, \varphi^2 u][1-\varphi^2 8\omega\, \varphi^2 u]} \ldots [1 - \varphi^2 \tfrac{n-1}{2} 4\omega\, \varphi^2 u]$

$\frac{\psi v \mp \psi u}{\psi v \pm \psi u} = \frac{\varphi v \mp \varphi u}{\varphi v \pm \varphi u} \ldots \frac{\varphi(v \pm 4\omega) - \varphi u}{\varphi(v \mp 4\omega) \pm \varphi u}$

$\varphi v = K^{\frac{1}{2}}$

$\varphi u =$

$\frac{1 - \ldots \sin \mathrm{am}\, 4\omega}{1 + \ldots \sin \mathrm{am}\, 4\omega}$

$\cos 2\delta = 2\sqrt{\ldots \sqrt{5}}$

$\sqrt{K\Lambda} \quad \sqrt{K'\Lambda'}$

$u^2 \sqrt{1 + 2\sqrt{\sqrt{5} - 2}} + v^2 \sqrt{1 - \cos 2\delta} = 2\sqrt{\sqrt{5} - 2}$

$u^2 + v^2 = 2uv$

$(2x^2 - 1)^2 = 4(\sqrt{5} - 2) \quad \ldots \cos 2\delta = 8(\sqrt{5} - 2)$

$u^4 - 4u^2v^2 + 6u^4v^4 + 4u^6v^6 \ldots 4\delta = 8(\sqrt{5} + 2)$

$4x^4 - 4x^2 + 9 = 4(\sqrt{5} \ldots$

$u^4 - v^4 = 2uv(1 - u^2v^2)$

$\sqrt{\sqrt{5} \ldots} = \sqrt{a} + \sqrt{b^2 v^2}$

$(u^2 - v^2)$

$a + b = \ldots (u + v)^2 \ldots$

$ab = \frac{\ldots}{(u+v)^2}$

$(mu + n)\varphi\, n\varphi$

$\frac{(1+u^2)(1-v^2)}{(1-u^2)(1+v^2)} = \left(\frac{u+v}{u-v}\right)^2$

$\frac{x+1}{x-1} = \frac{h+1}{h-1}$

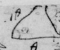
$x = \sin \mathrm{am}\, u$

$$K'\int_0^1 \Delta^2(k)\,du - K\int_0^1 \sin^2(k)\,du = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{iu+K} \Delta^2(k)\,du = iK'^2\int_0^{u+K'} \sin^2(k')\,du$$

$$iZ(iu+K) = Z(u+K', k) + \frac{\pi u}{2KK'}$$

$$(iu+K)\frac{\int_0^1 \Delta}{K} - (iu)\frac{\int_0^1 \sin}{K'} = \frac{\pi u i}{2KK'} + \int_0^1 \Delta^2(k)\,du - K'^2\int_0^1 \sin^2(k')\,du$$



$$\Theta(iu+K) = \Theta(u+K', k')\cdot e^{-\frac{\pi u^2}{4KK'}}$$

$= 3.307$

$iK' + K$

$$\Theta(K) = \Theta(K', k')$$

$$iZ(K+iK') = \frac{\pi}{2K}$$

$\Theta(a+bi) =$

$f_x \overset{F}{=} x = 0$ (mod. p) $\varphi x = 0$

$F' \ldots = 0$ $(mx+1)^m = 0$

$\varphi(u) = x$ $(x-a)^m (x-b)^n \ldots \varphi x = 0$

$F(\alpha+h) - F\alpha = 0$ (mod. p)

$\varphi(u+4K) = x$ sin u sin v

$(mx+1) \ldots = 0$

$F \sum_{0}^{\infty} [u + 4mK]$ $\varphi x = \varphi x$ x^m

(mod. p) $\alpha = 0$

$F(\alpha+ph) = 0$ (mod. p^2) $+ h \frac{F''\alpha}{2} +$

$\frac{F\alpha}{p} + h F'\alpha = 0$ (mod p)

$\sin x = x\left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right)$ $F'\alpha$

$\frac{\pi u}{2K}$

$\sin u - \sin v = (u-v)(u$

$\sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$ $F'\alpha$ $e^{-\frac{\pi u}{2K}}$ $(x-\alpha)^m\, F_x$

$\varphi(K) = \varphi(K)$ $m(x-\alpha)^{m-1} F x + (x-\alpha)^m F'$

E Galois $F(x) =$ Galois   (mod p^h) x_3 arc sin φ

$F\alpha = 0$ mod p^{x_1} x_2 am u

$x = \alpha + ph$

Galois $F\alpha + ph F'\alpha + p^2 h^2 \frac{F''\alpha}{1.2} + \ldots + p^{n-1} h^{n-1} \frac{F^{(n-1)}\alpha}{1.2.3.\ldots(n-1)}$ x_1 x_2 x_3

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta = $

$\cos\alpha + \cos\beta = a$

$\varphi x . \psi x . fa .$

$\frac{d\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{d\beta}{\sin^2\beta} = 0$

$-du = \sin\alpha\, d\alpha + \sin\beta\, d\beta -$

$Fx =$

$-du = \left(\frac{\sin^3\alpha - \sin^3\beta}{}\right) \frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$-\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha} du$

$(\mathrm{am}\, u + \pi)$

$\sin^3\alpha \quad \sin^3\beta$

$\sin\alpha = \sin\beta$

$\frac{\cos\alpha + \cos\beta}{\cos\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{c}{\sin^2}$ $\quad a \sin\alpha \quad a \sin\beta$

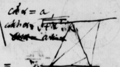
$\cos\alpha + \cos\beta = a$

$\cos\alpha + \cos\beta . \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = a \sin\alpha$

$\cos\beta + \cos\alpha . \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = a \sin\beta$

$\cos\alpha = a$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$



$\frac{1}{\sqrt{(1+a^2)^3}} =$

$\cos\alpha + \cos\beta = a \sin\alpha + \cos\beta \left\{1 - \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right\}$

$\cos^2 u + \cos^2 v = \cos a$

134.

$y = e^{a \sin bx}$

$\varphi u = f\left(\sin \frac{\pi u}{2K}\right)$

$\int \sqrt{1-x^2}\, dx$

$\frac{dy}{y} = a \cos bx\, dx$

$\int_0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = u$

$\sin \mathrm{am}\, u = f\left(e^{-\frac{\pi u}{2K'}}\right)$

$\int_0 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = $

$f\left(e^{-\frac{\pi K}{K'}} z\right) = -fz$

e^{u^2}

$\int_0^x \int_0^y \int_0^z \cdots \int_0^t (x-y)^{m-1} (y-z)^{n-1} \cdots\cdots (u-t)$

$2\int_0 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = -x\sqrt{1-x^2} + \int_0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

$\sin \mathrm{am}(u, 1) = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$

$\frac{\pi}{2K} \sin(u, K) = \sin \frac{\pi u}{2K} . \Pi \frac{\left(1 - \frac{\sin^2 \frac{\pi u}{2K}}{\sin^2\left(\mathrm{am}. \frac{\pi K'}{2K} i\right)}\right)}{\left(1 - \frac{\sin^2 \frac{\pi u}{2K}}{\sin^2\left\{(2m+1) \frac{\pi K}{2K} i\right\}}\right)}$

$\frac{1 - \cos \frac{\pi u}{K}}{1 - \cos \mathrm{am} \frac{\pi K'}{K} i}$ $\quad \frac{1 - 2q^n \cos \frac{\pi u}{K} + q^{2n}}{}$

Π

29

$$\omega = \frac{m K + m' K' i}{n}$$

$$k^2 \sin^2 \mathrm{am}\, u + k^2 \sin^2 \mathrm{am}(u + 4\omega) + \cdots + k^2 \sin^2 \mathrm{am}(u + 4(n-1)\omega) = \frac{\lambda^2}{M^2} \sin^2 \mathrm{am}\left(\frac{u}{M}, \lambda\right)$$

$$- k^2 \sin^2 \mathrm{am}\, 4\omega - \cdots - k^2 \sin^2 \mathrm{am}\, 4(n-1)\omega$$

Zu

$$Zu + Z(u + 4\omega) - \cdots$$

$$+ Z(u + 8\omega) - \cdots$$

$$+ \cdots$$

$$+ Z(u + 4(n-1)\omega) - \cdots$$

$$= \frac{1}{M} Z\left(\frac{u}{M}, \lambda\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\ }}$$

$$\frac{\Theta u}{\Theta 0} \cdot \frac{\Theta(u + 4\omega)}{\Theta 0} \cdots \frac{\Theta(u + 4(n-1)\omega)}{\Theta 0} = e^{c u^2} \frac{\Theta\left(\frac{u}{M}, \lambda\right)}{\Theta(0, \lambda)}$$

$$\Theta u = (\Theta u)^n e^{c u^2} \left\{1 - k^{2n} \sin^2 \mathrm{am} \ldots \sin^2 \mathrm{am} \frac{u}{K}\right\}$$

$$\left\{\frac{\Theta\left(\frac{u}{K}, \lambda\right)}{\Theta(0, \lambda)}\right\}^n$$

$$x\, \Theta u = H u$$

$$\int X\, dx$$

$$\Theta u - \frac{Hu}{x}$$

$$\Pi \quad 1 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \cdots$$

$$\frac{1}{X + 4K} + \frac{1}{X + 8K} + \frac{1}{X + nK} + \cdots$$

$$\frac{1}{X + niK'} + \cdots$$

$$A\mu^n + B\mu^{n-1} + \cdots + E\mu + F = 0$$

$$K^2 = \mu$$

$$A - B + \cdots \pm E = 0$$

$$(K+1)^2 - 2$$

$$K^2 - 2K - 1 = 0$$

$$(\mu - 1)^2 = 4\mu$$

$$(\mu + 2)^2 - 8 = 0$$

$$\mu^2 - 5\mu$$

$$(\mu - 3)^2 = 8$$

$$3 + \sqrt{2}$$

$$-2 + \sqrt{8}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \mu^2 - 6\mu + 1 = 0 \\ \mu^2 + 4\mu - 4 = 0 \end{array}}$$

$$\mu = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\mu = 2 \pm 2\sqrt{2}.$$

$$\cos 30^\circ =$$

$$\boxed{\mu^2 + \mu + \frac{3}{16} = 0}$$

$$\cancel{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{16}}}$$

$$:4$$

$$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \mu$$

$$(\mu + 1)^2 = \frac{3}{4}$$

$$-3 \pm \sqrt{8}$$

$$\boxed{\mu^2 + 6\mu - 11 = 0}$$

$$\mu = \frac{1 - \cos 2\delta}{2}$$

$$\mu = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - \frac{3}{4}}}{4}$$

$$\sin 2\delta = \sqrt{3} - 2$$

$$-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{16}}$$

$$(2\mu - 1)^2 = \cancel{7} + 4\sqrt{3}$$

$$(2\mu - 1)^2$$

$$\cos 2\delta = \sqrt{1 + 4 - 4\sqrt{3}}$$

$$7 - 4\sqrt{3}$$

$$(a + \sqrt{b})^2 = -6$$

$$(\mu + 3)^2 = 20$$

$$a^2 + b = \cancel{-6}$$

$$\mu^2 + 6\mu - 11 = 0$$

$$a^2 b = 20$$

$$(4\mu^2 - 4\mu + 7)^2 = 20$$

K' $\quad \dfrac{K + mK'i}{n}$ $\qquad A = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$

$(p+1)$

$$A \cdot \frac{a+1}{a} \cdot \frac{b+1}{b} \cdot \frac{c+1}{c} \ldots$$

$$A\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) \ldots \quad \frac{n+1}{n}$$

2	3
3	4
4	6
5	6
6	12
7	8
8	12
9	12
10	18
11	12
12	24
13	14
14	24

$8m$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$$

$$\cos 15^\circ = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$$

$f(u^8, v) = 0$

$f(v^8, u) = 0$

$F(u^8, v) = 0$

$F(u, v^8) = 0$

$\varphi u \cdot \varphi(-u)$

$v = u^n$

$\varphi(u, v)$

$\varphi(-u, v)$

$\varphi(\sqrt{-1}\,u, v)$

$\varphi(-\sqrt{-1}\,u, v)$

$\varphi(\sqrt[4]{-1}\,u, v)$

$\varphi(-\sqrt[4]{-1}\,u, v)$

$\varphi(\sqrt{-1}\sqrt[4]{-1}\,u, v)$

$\varphi(-\sqrt{-1}\sqrt[4]{-1}\,u, v) = 0$

$$f(u^8, v) = 0$$

$$f(v^8, u) = 0$$

$\varphi(u, v)\,\varphi(-u, v)$

$K = r$

$\sin \operatorname{am}\left(K + \frac{4iK'}{n}\right)$

$V = u^n \sin\operatorname{coam} \frac{4K}{n} \sin\operatorname{coam} \frac{8K}{n} \ldots \sin\operatorname{coam} \frac{4\frac{n-1}{2}K}{n}$

$V = u^n \sin\operatorname{coam} 4\omega \sin\operatorname{coam} 8\omega \ldots \sin\operatorname{coam} 4\frac{n-1}{2}\omega$

136

$$\frac{d^n z}{dc^n} + P\frac{d^{n-1}z}{dc^{n-1}} + Q\frac{d^{n-2}z}{dc^{n-2}} + \ldots + T\frac{dz}{dc} + Vz = V(x, c)$$

$$z_x + z_y = z_a$$

$$V(x, c) + V(y, c) = V(a, c)$$

$$\frac{dz_x}{dc} + \frac{dz_y}{dc} = \frac{dz_a}{dc} \ldots$$

$$\frac{\sin\operatorname{am} u \cos\operatorname{am} u}{\Delta^3 \operatorname{am} u} + \frac{\sin\operatorname{am} v \cos\operatorname{am} v}{\Delta^3 \operatorname{am} v}$$

$k^2 = -1$

$$\frac{\sin\operatorname{am}(u+v)\cos\operatorname{am}(u+v)}{\Delta^3 \operatorname{am}(u+v)}$$

$$\frac{d\,\dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{\left(\sqrt{1-k^2x^2}\right)^3}}{dx} = \frac{1+x^2}{\sqrt{1-x^2}\left(\sqrt{1-k^2x^2}\right)^3} + \frac{3k^2x^2\sqrt{1-x^2}}{\left(\sqrt{1-k^2x^2}\right)^5}$$

$\sqrt{1-x^2}\,\left(\sqrt{1-k^2x^2}\right)^5$

$$(1-x^2)(1-k^2x^2) - x^2(1-k^2x^2) + 3k^2x^2(1-x^2)$$

$$1 + 2\{1+k^2\}x^2 - k^2x^4 \qquad (1-k^2x^2)(1+x^2)$$

$(1-2x^2)(1-k^2x^2) \quad (1-x^2)$

$(1-k^2)^2 + k^2$

$$d\,\frac{x\sqrt{1-x^2}}{(\sqrt{1+x^2})^3} = \frac{dx\,\sqrt{1-x^2}}{(\sqrt{1+x^2})^3} +$$

$$+\frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}(\sqrt{1+x^2})^3} - \frac{3x^2\sqrt{1-x^2}\,dx}{(\sqrt{1+x^2})^5}$$

$$-\frac{3}{2}$$

$$(1-x^2)(1+x^2) - x^2(1+x^2) - 3x^2(1-x^2)$$

$$1-x^2-3x^2-x^4-x^4+3x^4$$

$$1-4x^2+x^4$$

$$\frac{(2+\sqrt{3}-x^2)(2-\sqrt{3}-x^2)}{\sqrt{1-x^2}\,(\sqrt{1+x^2})^5}$$

$$\alpha F(c) + 6F\left(\tfrac{1}{c}\right)$$

$$d\alpha . F(c) + d6\, F\left(\tfrac{1}{c}\right) = 0$$

$$\cancel{d\alpha\ F(c)} + d6$$

$$d\alpha . K + d\alpha' . K' = 0$$

$$d\alpha . dK + d\alpha' . dK' = \frac{\frac{d\,\Delta\,\mathrm{am}\,u}{du}}{K^2(1-K^2)\,\Delta^3\mathrm{am}\,u}\,dK$$

$$d\alpha . (K'dK - K\,dK') = K \frac{\frac{d\,\Delta\,\mathrm{am}\,u}{du}}{K^2}$$

$$d\alpha\ \frac{\frac{1}{2}\pi}{K(1-K^2)}$$

$$\int \frac{dK}{\sqrt{1-K^2x^2}}$$

$$\tfrac{1}{2}\pi\, d\alpha = \int \frac{K'}{K}\, \frac{d\,\Delta\,\mathrm{am}\,u}{du}\, dK$$

$$-\frac{2K}{\pi}\int_0 \frac{K' K x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-K^2x^2)^3}}\,dK + \frac{2K'}{\pi}\int_0 \frac{K K x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-K^2x^2)^3}}\,dK$$

$$\int \frac{\varphi' K\, dK}{\sqrt{1-K^2x^2}} \quad \cancel{+ K\varphi x + K'\varphi x} \quad + K\varphi x + K'\varphi x$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-K^2x^2}\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int K \frac{d\,\frac{\sqrt{1-x^2}}{2\sqrt{1-K^2x^2}}}{dK}\,dK$$

$$E\ \int \{K(u)\, K'(k) - K(k) . K'(u)\}$$

$$\int \frac{\varphi x\, dx}{\sqrt{1-x^2y^2}} \qquad \frac{d\left(\frac{dz}{dx}\sqrt{1-x^2y^2}\right)}{dy}=0$$

$$\frac{d^2z}{dx\,dy} - \frac{dz}{dx}\,\frac{x^2y}{\sqrt{1-x^2y^2}}=0$$

$$\int \frac{\varphi' x\, dx}{1-x^2y^2} - \int \frac{\varphi' y\, dy}{1-x^2y^2}$$

$$\frac{(A+Bx^2)\,\varphi' x\, dx}{1-x^2y^2} - \psi x$$

$$\frac{d\{(\varphi y + x^2\psi y)\,(1-x^2y^2)\}}{dy}\; f$$

$$= \frac{d\{(\varphi x + y^2\psi x)\,(1-x^2y^2)\, f'y\}}{dx}$$

$$f'x \quad + f'y \quad d$$

$$\frac{f'x\,(\varphi' y + x^2\psi' y) - f'y\,(\varphi' x + y^2\psi' x)}{1-x^2y^2} +$$

$$\int_0^{\varphi u} \frac{dx}{\sqrt{(1-k^2x^2)(1-l^2x^2)}} = u \qquad \int_0^{x} \frac{\ldots}{\sqrt{(m^2-x^2)(n^2-x^2)}}$$

$$e^{\int_0^u 2u\,du} = \frac{\Theta u}{\Theta(0)}$$

$$\frac{1}{k} = \varphi(K) \qquad \frac{1}{l} = \varphi(L)$$

$$\varphi(-u) = -\varphi u$$

$$\varphi(u+2K) = -\varphi u$$

$$\varphi(u+2L) = -\varphi u$$

$$\varphi(u \pm v) = \frac{\varphi u\, \varphi' v \pm \varphi v\, \varphi' u}{1 - k^2l^2\varphi^2u\,\varphi^2v} = \frac{\varphi^2u - \varphi^2v}{\varphi u\,\varphi' v \mp \varphi v\,\varphi' u}$$

$$0 = \varphi^2 u - \varphi^2 v + \varphi(u\pm v)\,\{\varphi u\,\varphi' v \mp \varphi v\,\varphi' u\}$$

$$Z(u+v) + Z(u-v) = 2Zu = \ldots$$

$$\int_0^{u+v} \log \frac{\Theta(u+v)}{\Theta(u-v)} = 2\,Zu \ldots \int_0^{\ldots} \frac{2k^2l^2\,du\,\varphi u \ldots}{\ldots}$$

$$\text{de}\left\{\begin{array}{l} Z(u+K) = Zu + Z(K) - \dfrac{l^2 \varphi u \varphi' u}{1 - l^2 \varphi^2 u} \\ Z(u+L) = Zu + Z(L) - \dfrac{k^2 \varphi u \varphi' u}{1 - k^2 \varphi^2 u} \end{array}\right\} \text{on déduit}$$

$$Z(u+K+L) = Zu + Z(K) + Z(L) + \frac{\varphi' u}{\varphi u}$$

$$\frac{\Theta(u+K)}{\Theta u} = \frac{\Theta(K)}{\Theta_0} e^{u Z(K)}$$

$$\frac{\Theta(u+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta(L)}{\Theta_0} e^{u Z(L)}$$

$$\frac{\Theta(u+K+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta(L)\,\Theta(K)}{(\Theta_0)^2} e^{u\{Z(K)+Z(L)\}} C \varphi u$$

$$C\left(\frac{\Theta(K)}{\Theta_0}\right)^2 = e^{K\{Z(K)+Z(L)\}} \qquad \left(\frac{\Theta(K)}{\Theta_0}\right) = e^{K Z(K)} \frac{k}{\sqrt{k^2 - l^2}}$$

$$C\left(\frac{\Theta(L)}{\Theta_0}\right)^2 = e^{L\{Z(K)+Z(L)\}} \qquad \left(\frac{\Theta(L)}{\Theta_0}\right) = e^{L Z(L)} \frac{l}{\sqrt{l^2 - k^2}}$$

$$C = e^{L Z(K)} \sqrt{l^2 - k^2} = e^{K Z(L)} \sqrt{k^2 - l^2}$$

139

$$z = \frac{y}{M} \cdot \frac{1 - \dfrac{\lambda y^2}{\sin^2 \ldots}}{1 - \dfrac{y^2}{\sin^2 \ldots}}$$

$$k^2 \sin am\left(\frac{u}{k^2}, K\right)$$

$$\lambda'^2 u = \frac{-\lambda' u}{\sqrt{\ }}$$

$$\left(\sqrt{1 - \lambda^2 u}\right) = M \sqrt{1 - k^2 \ldots}$$

$$\frac{du}{dx} = \sqrt{(1-ku^2)(1-k^{-1}u)}$$

$$\frac{du^2}{dx^2} = 1 - (k + k^{-1})u^2 + u^4$$

$$\left(\theta + \frac{1}{\theta}\right)u^2$$

$$z = \frac{2Ky}{\pi} \cdot \frac{1 - \dfrac{\lambda y^2}{\sin^2 \ldots}}{1 - \dfrac{y^2}{\sin^2 \dfrac{\pi K'}{2K}}} \qquad (1)$$

$$1 - \frac{y}{\ldots} \qquad (3)$$

$$y = \sin \frac{\pi u}{2K}$$

$$\sin am\, u = \frac{2K}{\pi}$$

$$\sin am \frac{2Kx}{\pi} = \frac{2K}{\pi} am\, x.$$

Si $\phi(x, y) = 0$ peut se mettre sous la forme suivante

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2 = M f(\phi)$$

$$\frac{\left(\dfrac{d\phi}{dx}\right)^n - M f(\phi)}{\phi(x, y)}$$

$$d \frac{\phi}{\sqrt{M}}$$

$\sin \operatorname{am} u$

$\cos \operatorname{am} u$

$\Delta \operatorname{am} u$

$\sqrt{\dfrac{1 - k \sin \operatorname{am} u}{1 + k \sin \operatorname{am} u}}$

$\sqrt{\dfrac{\ldots}{1 + \sin \operatorname{am} u}}$

$\frac{1}{2} \dfrac{k \cos \operatorname{am} u \, \Delta \operatorname{am} u}{1 + k \sin \operatorname{am} u}$

$\dfrac{k}{1 + k \sin \operatorname{am} u}$ $\quad \frac{1}{2} \dfrac{\pm k \cos \operatorname{am} u \, \Delta \operatorname{am} u}{\lambda \pm k \sin \operatorname{am} u}$

$k + k$

$k \cos \operatorname{am} u \, \Delta \operatorname{am} u \Big\{$

$-\Delta' u \, \Delta u$

$\dfrac{\ldots}{1 - \Delta^2 u}$

$\pm K (\pm K)$

$\dfrac{\Delta' u}{\Delta u}$ $\quad \dfrac{-\Delta' u \, \Delta u}{1 - \Delta^2 u}$ $\quad \dfrac{-k \Delta' u \, \Delta u}{\ldots}$ $\quad \dfrac{1}{1-a} + \dfrac{1}{1+a}$

$1 + a$

---

(1) $\dfrac{\cos \operatorname{am} u \, . \, \Delta \operatorname{am} u}{\sin \operatorname{am} u}$ $\quad$ (2) $\dfrac{-\Delta \operatorname{am} u \, . \, \sin \operatorname{am} u}{\cos \operatorname{am} u}$ $\quad \dfrac{\Theta(u + iK' \mp K)}{\Theta(u + K)}$

(3) $\dfrac{-k^2 \cos \operatorname{am} u \, \sin \operatorname{am} u}{\Delta \operatorname{am} u}$ $\quad \dfrac{\pi}{K}$

(4) $\dfrac{k' \cos \operatorname{am} u}{\Delta \operatorname{am} u}$ $\quad$ (5) $\dfrac{\Delta \operatorname{am} u}{\cos \operatorname{am} u}$ $\quad \dfrac{\sin \operatorname{am}(u + iK')}{\sin \operatorname{am}(u + K)}$

Évariste E. Galois

$\Delta^2 \operatorname{am} u$ $\quad \cos^2 \operatorname{am} u$ $\quad \sin^2 \operatorname{am} u$ $=$ multiplié (2) par (3)

$\dfrac{\cos^2 \operatorname{am} u}{\sin^2 \operatorname{am} u}$ $\quad \sin \operatorname{am} u$ $\quad$ multiplié (2) par (4)

$\dfrac{1}{\sin \operatorname{am} u}$ $\quad \sin \operatorname{am} u$ $\quad$ multiplié (1) par (4)

140.

$e^{-\frac{lq}{24} t^2} = \dfrac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{lq}{6}}}$

$\Sigma = \varphi x + \varphi y - \varphi(x+y)$

$t = u \sqrt{\dfrac{24}{lq}}$ $\quad \sqrt{-\dfrac{6K}{K'}}$

$\varphi' x - \varphi'(x+y)$

$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} q^{-\frac{t^2}{24}} \, q^{\frac{1}{12}(6n \pm 1) t} \, dt$

$p - \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} q^{-\frac{t^2}{24}} \, dt$

$\left(\dfrac{K}{\pi}\right)$ $\quad \sqrt{\dfrac{6\pi}{lq}}$ $\quad e^{-\left(\sqrt{\frac{lq}{24}} \, t\right)^2}$ $\quad \dfrac{dt}{\sqrt{}}$

$\dfrac{K l_4}{6\pi^2}$

$\left(-\dfrac{K'}{6\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\quad \varphi'' x - \varphi''(x+y)$ $\quad q^{-\frac{1}{24}} \displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} \left[(-1)^n \, q^{\frac{(6n \pm 1)^2}{24}} \right]$

$= -\varphi''(x+y)$

$\sqrt{-\dfrac{6K'}{K}} \, q^{-\frac{1}{24}} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} q^{-\frac{t^2}{24}} \sum_{n=0}^{n=\infty} \left[(-1)^n \, q^{\frac{(6n \pm 1) t}{12}} \right] dt$

$\displaystyle\int -lx \int_{-\infty}^{\infty} q^{\ldots} \left(q^{\frac{t}{12}} + q^{-\frac{t}{12}} \right) \frac{\ldots}{q^{\ldots} \, q^{\ldots}} \, dt \quad (1-x)^{\ldots} \, dx$

Σ $\quad \displaystyle\int_0^1 x^{p-1} \quad 1 + (z + z^{-1}) \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[(-1)^n z^{6n \ldots} \right]$ $\quad dx \quad \dfrac{z^{-1}}{1 + z^{-1}}$

$\dfrac{1 + z^6 (z + z^{-1})}{1 + z^6}$ $\quad \displaystyle\int_0^1 \left(l \frac{1}{x} \right)^{p-1} dx$ $\quad + (z + z^{-1}) \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[(-z^6)^n \right]$

$1 - z^5 \left(\dfrac{\ldots}{\ldots} \right)^3$

$q^{\frac{1}{24}} - q^{\frac{25}{24}} - q^{\frac{49}{24}} + q^{\frac{121}{24}} + q^{\frac{169}{24}} -$

$\displaystyle\sum \left[q^{\frac{(6n \pm 1)^2}{24}} \right]$

$q^{\ldots} \quad r - r^{5} - r^{7} + r^{11}$

$$\Gamma(p+q)\,\Gamma(1-p-q) = \pi$$

$$\frac{\Gamma p\,\Gamma q}{\Gamma(p+q+1)} = \frac{p}{p+q}\,\frac{\Gamma p\,\Gamma q}{\Gamma(p+q)}$$

$$\frac{\Gamma(p+q)\,\Gamma(1-q)}{\Gamma(2-p-q)} \qquad \frac{\Gamma p\,\Gamma q}{\Gamma(p+q)}$$

$$\Gamma(p+q+1)$$

$[p,q] \quad [q,p]$

$[p+1,q] = \frac{p}{p+q}[p,q]$

$[1-p,1-q]\cdot[p,q]$

$$f(p,q)+f(p+q,r) - f(p,r) - f(p+r,q)$$

$$\frac{d\,f(p,q)}{dq}$$

$$f'(p,q) + f'(p+q,q)$$

$$\int_x^{\frac{1}{cx}} \frac{x^2\,dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} = \int_1^{\frac{1}{c}} \frac{x^2\,dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} + \frac{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}{x}$$

$$\int_0^1 \qquad \int_1^{\frac{1}{c}} \qquad \int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}}$$

$$\int_1^x = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{cx}} + \sqrt{1-x}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{dz}{1+z^2}$$

$$x^2 = \frac{z^2}{1+z^2}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-c^2x^2}} \qquad \frac{\frac{z^2}{1+z^2}}{\sqrt{1-c^2z^2}}$$

0 $\quad$ 1 $\quad \frac{1}{c}$

$\varphi x = 1 - k \sin$

$$\int_0^u \sin am\, u \, \sin am\,(a-u)\, du$$

$$= \frac{\sin^2 am\, u}{1 - k^2 \sin^2 am\, a \, \sin^2 am\, u} +$$

$$\rightarrow \log\left(1 - k^2 \sin^2 am\, a \, \sin^2 am\, u\right)$$

$$\frac{1}{1 - k^2 \sin^2 am\, a \, \sin^2 am\, u}$$

$\varphi a \, \varphi u$

$K \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos\omega$

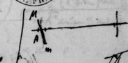
142.

quand $K=1$ $\quad \dfrac{d\left(r\dfrac{dr}{ds}\right)}{ds'} \qquad \dfrac{1}{r^{K-1}} \quad \dfrac{d\left(r^{K}\dfrac{dr}{ds}\right)}{ds'}$

$K\dfrac{dr\,dr}{ds\,ds'} + \dfrac{V}{2}$

$dr\,dr$

$\Theta(u+v) \quad \Theta$



$\dfrac{dr}{ds}$

$\dfrac{ii'\,ds\,ds'}{\varphi\, r^{1+n}}$

$K\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega$

$\dfrac{ii'\,ds\,ds'}{\varphi r^{n}}$

$$\frac{ii'\,ds\,ds'\left(-\frac{1}{2}\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega\right)}{r^2}$$

~~K cos θ cos θ' + sin θ' sin~~

$\theta \quad \theta'$

$\omega = 1$

$$\frac{K\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega}{}$$

$$Z(u+v) = Zu + Zv - K^2 \sin am u \sin am v \sin am (u+v)$$

$$K\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + \ldots$$

$$\int_0^{u+v} = \ldots + u\,Z\,v - K^2 \sin am\, v \sin^2 am\, \varepsilon' \ldots$$

$$\frac{d\left(r\frac{dr}{ds}\right)}{ds'} = \left(\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{dr}{ds} + r\frac{d\frac{dr}{ds}}{ds'}\right) - k^2$$

$$\left(K \ldots \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + r\frac{d\left(\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\right)$$

$$\frac{K r^{K-1}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + r^{K}\frac{d\frac{dr}{ds}}{ds'}}{r^{K-1}}$$

$$\frac{d(r^K)}{ds}\frac{dr}{ds'} + \frac{d\left(r^K\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}$$

$$\frac{(K-1)\cos\theta\cos\theta' + \cos\varepsilon}{r^2}$$

$$\frac{d^2(r^{K+1})}{(K+1)\,ds\,ds'}$$

$$\frac{K\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega}{r^2} = -\frac{d^2(r^{K+1})}{(K+1)\,r^{K+1}\,ds\,ds'}$$

$$\frac{K\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega}{r^2} = -\frac{d^2(r^{K+1})}{(K+1)\,r^{K+1}\,ds\,ds'}$$

$F(x,y)=0$

$$\Theta(u+v)\,\Theta(u-v) = \left(\frac{\Theta u\ \Theta v}{\Theta_0}\right)^2 (1 - k^2\sin^2 am\, u \sin^2 am\, v)$$

$$\frac{\Theta(iu+K,\ k)}{\Theta(K,k)} = \frac{\Theta(u+K',\ k')}{\Theta(K',k')}\, e^{\frac{\pi u^2}{4KK'}}$$

$$\Theta u \cdot \Theta v = \left(\frac{\Theta\frac{u+v}{2}\times\Theta\frac{u-v}{2}}{\Theta_0}\right)^2 \frac{\Delta^2 am\frac{u}{2} + K^2\sin^2 am\frac{v}{2}\cos^2 am\frac{u}{2}}{1 - K^2\sin^2 am\frac{u}{2}\sin^2 am\frac{v}{2}}$$

$$\frac{\Theta 2u}{\Theta_0} = \left(\frac{\Theta u}{\Theta_0}\right)^4 \varphi$$

$u \quad v$

$$1 - K^2\frac{\sin^2 am\frac{u}{2} - \sin^2 am\frac{v}{2}}{1 - K^2\sin^2 am\frac{u}{2}\sin^2 am\frac{v}{2}}$$

$$\Theta(u+iv)\ \Theta(u-iv)$$

$\Pi \quad \Pi$

$$(1 - K^2\sin^2 am\tfrac{u}{2}) - K^2\sin^2 am\tfrac{v}{2} - K^2$$

$$\Delta^2 am\frac{u}{2} + K^2\sin^2 am\frac{v}{2}\cos^2 am\frac{u}{2}$$

$\Theta(2a) \quad \Pi$

Π

$$\Pi(u,a) = u$$

$$\Pi\left(\frac{u}{2},\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2} Z\frac{u}{2} - \log \Theta\alpha$$

$$\frac{\Theta(u+a)\ \Theta(v+a)\ \Theta(u+v-a)}{\Theta(u-a)\ \Theta(v-a)\ \Theta(u+v+a)}$$

$$\Pi(u,a) - \Pi(a,u) = u Za - a Zu$$

$$\Pi(iu+K, a, k)$$

$$\Pi(iu, a)$$

144

$\frac{x}{a^2} +$

(1) … $Ax + By = 1$ (3) … $A'x + B'y = 1$

(2) … $A^2a^2 + B^2(a^2-c^2) = 1$ (4) … $A'^2a'^2 + B'^2(a'^2-c^2) = 1$

(5) … $AA' + BB' = 0$

De (3) et de (1) combinées, je tire

$$(A-A')^2 + (B-B')^2 = (AB'-BA')^2(y^2+x^2) \quad \ldots\ 6$$

Je multiplie (2) par $A'^2+B'^2$, (4) par A^2+B^2, j'ajoute les produits membre à membre, il vient :

$$A^2A'^2a^2 + B^2B'^2(a'^2-c^2) + B^2B'^2(a^2-c^2) + A^2A'^2a'^2 + (A^2B'^2 + A'^2B^2)(a^2+a'^2-c^2) =$$
$$= A^2 + A'^2 + B^2 + B'^2 \quad \ldots\ (7)$$

Mais l'équation (5) donne

$A^2A'^2 = B^2B'^2$, et $A^2 + A'^2 + B^2 + B'^2 = (A-A')^2 + (B-B')^2$

Ainsi (7) se réduit à

$$(AB'-BA')^2(a^2+a'^2-c^2) = (A-A')^2 + (B-B')^2$$

$y^2 = 2px + p^2$, $yy' = p(x+x') + p^2$ $y' = \frac{p}{a}$, $x' = K - p$

(1) … $y = a(x+k)$ (3) … $y = a'(x+K')$

(2) … $2a^2K - p(1+a^2) = 0$ (4) … $2a'^2K' - p'(1+a'^2) = 0$

(5) … $aa' + 1 = 0$

De (3) et de (1) combinées, je tire

$$(a-a')x + ak - a'K' = 0 \quad (6)$$

Je divise (2) par $-a$, (4) par a', j'ajoute les équations membre à membre, il vient

$$-2(ak - a'K') + p\left(\frac{1}{a} + a\right) - p'\left(\frac{1}{a'} + a'\right) = 0 \quad (7)$$

D'où à cause de $aa' = -1$

$$2(ak - a'K') + (p+p')(a-a') = 0$$

1° $u^4 - v^4 = 2uv(1 - u^2v^2)$ $\sqrt[4]{\ }$

2° $u^4 + v^4 + 12u^2v^2 = 4uv(1 + u^2v^2)$ $\sqrt{\ }$

3° $(u^4 + v^4 + \cancel{\ } + 114u^2v^2 = 16uv(1 + u^2v^2) - 24uv(u^2 + v^2)$

$u^4 + v^4 + 114u^2v^2 = 8uv(2 - 3u^2 - 3v^2 + 2u^2v^2)$

4° $(u^2 + v^2 + 114uv)^2$ $\cancel{\ }$

$= 64uv(2 - 3u - 3v)^2$ $\cancel{+256\,u^3v^3}$

$64uv(2 - 3u - 3v + 2uv)^2$

$-2 + u + v + 2uv$ $\qquad \dfrac{a\ \cancel{+\sqrt{-11}}}{6}$

$\dfrac{3 + \sqrt{-11}}{\cancel{2}}$ $\qquad \dfrac{a^2 + 11}{6^2} = 5$

$u^{\mu-1}v^{\mu-1} \ldots {}^{+2} + (u + v) + 2uv$

$u^p v^{p-q} - u^{\mu-q} v^{\ldots}$ $\qquad \alpha^{p+q}$ $\qquad 20$

$\sum (u^p v^q - u^q v^p) = uv \sum (u^r v^s)$

$8n+4$ $\quad p - q = 4 \pmod 8$ $\quad r = s \pmod 8$ $\quad \dfrac{1+\sqrt{-7}}{2}$

$8n+6$ $\quad p + q = 6 \pmod 8$ $\quad r + s = 0 \pmod 8$ $\quad \dfrac{3+\sqrt{-11}}{2}$ $\quad 2$

$8n$ $\quad p = q \pmod 8$ $\quad r = s \pmod 8$

$8n+2$ $\quad p + q = 2 \pmod 8$ $\quad r + s = 0 \pmod 8$

$\dfrac{3}{\sqrt{2}} \pm \sqrt{\dfrac{1}{2}}$

4 $\quad \cancel{p = q}$ $\qquad \alpha + \dfrac{1}{\alpha}$

6 $\quad p + q = 6$ $\quad r = s$ $\quad r + s = 8$ $\quad c^2 - \dfrac{3}{\sqrt{2}}c + 1 = 0$ $\quad \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ $\quad \dfrac{1 + \alpha^2}{\alpha}$

8 $\quad p = q$ $\quad r = s$ $\quad 6(\ldots + \sqrt{-1})u^4 = 4\sqrt{-1}(1 + u^8)$

12 $\quad p = q$ $\quad (1 + \sqrt{-1})u^6 + 5\sqrt{-1}(1 + \ldots)$

$u^6 - v^6 + 5u^2v^2(u^2 - v^2) = 4uv(1 - u^4v^4)$

$v = u\sqrt[4]{-1}$

$3u^4 = 4\sqrt{-1}(1 - u^8)$

$c^2 - \dfrac{3}{4}\sqrt{-1}\,c - 1 = 0$ $\qquad \dfrac{3}{8}\sqrt{-1} \pm \sqrt{-\dfrac{27}{64} + 1}$

$\dfrac{3\sqrt{-1} \pm \sqrt{37}}{8}$

$\dfrac{64}{37}$

$\cancel{u^4\ v^4 + uv\ldots}$

$u^4 + 2uz(u^2x^2-1) - x^4 = 0$

$u^3 + u^2v + uv^2 + v^3 + 2z^3(u^2+uv+v^2) + 2z = 0$

$z^4 - 2u^3z^3 + 2uz - u^4 = 0$

$2(u^2+uv+v^2)z^3 - 2z + u^3 + u^2v + uv^2 + v^3 = 0$

$(u^2+uv+v^2)^4$ $\qquad a^{2m} \qquad a^2$

$\cancel{z^4 - 2u^3z^3 + 2uz - u^4}$

$\cancel{4(u^2+uv+v^2)^4z^4} - 8u^3(u^2+uv+v^2)^3z^3 + 8u(u^2+uv+v^2)^2z - u^4(u^2+uv+v^2)^4$

$+ 4(u^2+uv+v^2)z^2 - 2(u^2+uv+v^2)(u^3+u^2v+uv^2+v^3)$ $\qquad 2(u^2+uv+v^2)z^3 - 2z + \ldots$

$\cancel{2(u^2+uv+v^2)z^4} - \cancel{4u^3(u^2+uv+v^2)}z^3 + 4u(u^2+uv+v^2)z - 2u^4(u^2+uv+v^2)$

$3u^3 + 3u^2v + 3uv^2 - v^3 \qquad + 2z^2 - (u^3+u^2v+uv^2+v^3)z$

$-4u^3z + 2u^3(u^3+u^2v+uv^2+v^3)$ $\qquad z - 2u^3$

$2z^2 + (-u^3 + 3u^2v + 3uv^2 - v^3)z + 2u^3v^3$

$\cancel{2(u^2+uv+v^2)z^3} - 2z + u^3 + u^2v + uv^2 + v^3$ $\qquad 2z^2 + (-u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)z + 2u^3v^3$

$\cancel{(u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)z} - u^3v^3(u^2+uv+v^2)z$ $\qquad (u^2+uv+v^2)z - \frac{1}{2}(-u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)$

$+ \frac{1}{2}(-u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)^2 z$

$+ u^3v^3(-u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)$

$\{-4 - 4u^3v^3(u^2+uv+v^2) + (-u^3+3u^2v+3uv^2-v^3)\}z$

$+ 2\{ \ldots$

$\cancel{[illegible]}$

$z^2 + 2z + 1$ $\qquad z^2 - 4z + 1$

$z + 1$ $\qquad z + 1$

$z^3 + 2z^2 + z$ $\qquad z^3 - 4z$

$z^2 + 2z + 1$

$z^3 - 3z^2 - 3z + 1 \quad \big| \; z + 1$

$+ z^2 \qquad\qquad\qquad z^2 + 2z + 1$

$z^3 - 3z^2 + 3z - 1$ $\qquad (z-1)^3 - 6(z-1) - 4 = 0$

$-6z + 2 = 0$ $\qquad z^3 - 6z - 4 = 0$

$z^3 - 2z^2$

$-z^2$

$\varphi(x)\varphi(x+a)$

$\varphi u\ \varphi(u+u)\ \varphi(u+2u) \ldots \varphi(u+(n-1)u)$

$A = K.\{a_1\ a_2\ a_3$

$\varphi i \cdot K + \varphi(mi) \cdot K_1 + \varphi(m^2 i) \cdot K_2 + \cdots$

$u \cdot K_0 + u^p \cdot K_1 + u^{p^2} K_2 + \cdots$ 146

$K \quad K_1 \quad K_2 \quad \cdots$

$K \quad mK_1 \quad m^2 K_2$

φi

$i^\nu =$

$K + mK_1 + m^2 K_2 + \cdots \mid K_1 + mK_2 + m^2 K_3 + \cdots$

$u^{p^n - 1} = u^{(p-1)n}$

$K + K_1 + K_2 + \cdots \mid$

K^p

i

$= u^2$

$z^2 =$

$\frac{1 - i^\nu}{1 - i} K + \frac{1 - i^\nu}{m - i} K_1 + \cdots$

ai

$z = 1 + \frac{m - 1}{i - m}$

$z^2 = 1 + \frac{2(m-1)}{i - m} + \frac{(m-1)^2}{(i-m)^2} \frac{1}{i - m}$

$(a + b\sqrt{2}) K_0 + (a - b\sqrt{2}) K_1$

$z = a$

$(K_0 + K_1) \cdot (K_0 - K_1)$

$aK = K + K_1 + K_2$

$bK_1 = K + mK_1 + m^2 K_2$

$cK_2 = K + m^2 K_1 + mK_2$

$(1-a)\{(m-b)(m-c) - m\} + 2m^2 - 2m + b + c = 0$

$m^2 - (m - c)$

Danse gin

$K\ 4e$

$K \quad K_1 \; \cdots \; K_{\nu-1}$

$aK_1 \; aK_2 \cdots \; aK$

$\pm 8 \mp 6$

$\pm 2 + a$

$x^3 - 3x + 2a = 0$

-2

$2 \pm a$

$\frac{1}{27} a^3$

$a_1 a_2 \cdots a_{\nu-1} = 1$

$K = a_1 K_1$

$K_1 = a_2 K_2$

$\frac{a}{3} \qquad \frac{\pi - a}{6}$

$\frac{-\pi - a}{3}$

$K_{\nu-1} = a K$

$\frac{K}{i-1} + \frac{K_1}{i_1 - 1} + \frac{K_2}{i_2 - 1} + \cdots$

$\varphi i \qquad \varphi(mi) = i \varphi i$

$i^\nu + (a-m) i^{\nu-1} + (b-am) i^{\nu-2} + (c - \partial m) i^{\nu-3} + \cdots = 0$

$i^{\nu-1} + m i^{\nu-2} + m^3 i^{\nu-3} + \cdots + m^{\nu-2} i + m^{\frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}}$

$i^\nu + (a-m) i^{\nu-1}$

$\varphi(mi) = i \varphi i$

$\varphi(m^2 i) = 1.m.i^2 \varphi i$

$\varphi(m^3 i) = 1.m.m^2\, i^3 \varphi i$

$\varphi i K \; (\varphi i)^r$

$1 K + 1^{r} K_1 + 1^{r^2} K_2 + \cdots$

$\frac{x(x+1)}{2}$

$1^{r-1} - i$

$\varphi(m^x i) = m^{\frac{x(x-1)}{2}} i^x \varphi i$

$i^\nu + A i^{\nu-1} + B i^{\nu-2} + \cdots$

$m^{\frac{x(x-1)}{2}}$

$i^\nu + (a-m) i^{\nu-1} + (b - am^{\nu-2}) i^{\nu-2} + \cdots$

$\int \frac{(x-a)^m dx}{R} \qquad R = (x-a)^{1-p} (x-b)^{1-q} (x-c)^{1-r} \cdots$

Gervais

$(x-a)^m dx$

$\int \frac{x^m dx}{R} \qquad R = x^{1-p} (x-a)^{1-q} (x-b)^{1-r}$

$x(x-a)(x-b) \left\{ \frac{m+p}{x} + \frac{q}{x-a} + \frac{r}{x-b} \right\}$

$(m+p+q+r) x^2 - \{(m+p+q) b + (m+p+r) a\} x + (m+p) ab$

$P_n = A_n P_{n-1} + B_{n-1} P_{n-2}$

$Q_n = B_n P_{n-1}$

$m+p \quad a+b$

$q \quad b$

$r \quad a$

$(m+p+q+r) \varphi(m+2) - \{(m+p+q) b + (m+p+r) a\} \varphi(m+1) + (m+p) ab\, \varphi(m)$

$\varphi m = A \varphi(m+1) + B \varphi(m+2) = P_n \varphi(m+n+1) + Q_n \varphi(m+n+2)$

$= (A_1 A_2 + B_1) \varphi 2 + A_2 B_1 \varphi 3$

$P_{n-1} \varphi(m+n) + Q_{n-1} \varphi(m+n+1)$

$\varphi(m+n) = A_n \varphi(m+n+1) + B_n \varphi(m+n+2)$

$(A_n P_{n-1} + Q_{n-1}) \varphi(m$

1/48

$\sqrt{1-c^2} = \sqrt{2}\, c^2$

$\frac{4c}{(1+c)^2} = c^2$ $\qquad c = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2}$ $\qquad \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{8}$

$3c^2$

$c(1+c)^2 = 4$ $\qquad (-1+\sqrt{-7})($

$c^3 + 2c^2 + c - 4$ $\qquad \frac{2\sqrt{c}}{1+c}$ $\qquad (3 \pm \sqrt{-7})^2$

$c^2 + 3c + 4 = 0$ $\qquad -5+7$ $\qquad \frac{(-1+\sqrt{-7})(5+\sqrt{-7})}{}$

$9 -$ $\qquad \sqrt{\frac{1-3\sqrt{-7}}{2}}$ $\qquad \frac{1+c}{1-c}$

$\frac{2\sqrt{c}}{1+c} = c'$ $\qquad \left(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{[illegible]}{1-c^2}$

$(1+x^2)\frac{c^2}{c} = 2x$

$c^2x^2 + 2(c^2-2)x + c^2 = 0$ $\qquad 1 + \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4 =$

$\frac{[illegible]\sqrt{1-c^2}}{c}$

$a+b = \frac{1}{2}$ $\qquad x^2 - x + 63$ $\qquad \frac{(1+x)^6}{(1-x)^6} =$ $\qquad \sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{[illegible]}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2} - [illegible]}$

$ab = -\frac{63}{4}$ $\qquad \frac{1}{2} \pm 4$

$1+x$ $\qquad (1-\cancel{c})^4$

$c^2 (1-c^2)^2 - \left\{\left(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\right)^4\right\}(1-c^2) + 1 = 0$

$\left\{1 + (1-c^2)^2\right\}(1-c^2)^4 = (1-c^2)\left\{(1-6c+c^2)^2 - 2(1-c)^4\right\}$

$\left\{1 + 2(1-c^2) + [illegible]\right\} - \left\{\left(y+\frac{1}{y}\right)^2 - 2\right\}$

$\left(\frac{1+c}{1-c}\right)^2 - 2$ $\qquad (2-c^2)^2(1-c^2)^3 = (1+c^2)(1-6c+c^2)$

$c^4 - 4c^2 + 4$

$(1+c)^2 - 2(1-c)^2$

$(-1+6c-c^2)^2 - 2(1-c)^4$ $\qquad \pm 1 \qquad \pm 3$

$-15+1$

49

$\int x^{p-1}(x-a)^{q-1}(x-b)^{r-1} \cdots dx$

$x^{p+m}(x-a)^{q+n}(x-b)^{r+q} \cdots \left\{\frac{p+m}{x} + \frac{q+n}{x-a} + \frac{r+q}{x-b} + \right.$

$x^{m+1}(x-a)(x-b)\cdots\{$

Soit

$x^{m+1}(x-a)(x-b)(x-c)\cdots\left\{\frac{m+p}{x} + \frac{q}{x-a} + \frac{r}{x-b} + \cdots\right\}$

$= x^{m+[illegible]}(m+p+q+r\cdots) + A$

$\frac{d \log \Gamma n}{dn} = \int_0^1 \frac{1-x^{n-1}}{1-x}\, dx + C$

or $\Gamma(n)\,\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}$

$-\frac{d \log \Gamma n}{dn} + \frac{d \log \Gamma(1-n)}{d(1-n)} = \pi \cot n\pi$

$\int_0^1 \frac{x^{n-1} - x^{-n}}{1-x}\, dx$

$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4 = 1 - x^4$

$x + \frac{1+x}{1-x} =$

$1 + \frac{1-x}{1+x}$

$\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^4 = 1 - x^4$

$x_1 = \frac{1+x}{1-x}$

$\left(\frac{2-x}{x}\right)^4 = 1 - (1-x)^4$

$1 + x_1 = \frac{2}{1-x}$

$\left(1 - \frac{2}{x}\right)^4 + (1-x)^4 = 1$

$1 + \frac{4}{x^2}$

$\frac{\left(1-\frac{2}{x}\right)^4 - 1}{1-x} + (1-x)^3 = 0$

$\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^4 = 1 - x^4$

$(x-2)^4 + (x^2-x)^4 = x^4$

$x^8 - 4x^7 + 6x^6 - 4x^5 + (x^4 - 2x)^4 = 0$

$x^7 - 3x^6 + 3x^5 - 3x^4 + \ldots - 1$

$(x-1)^3 x^4$

$-8x^2 + 16x - 16$

$-8 + 4x - 2x^2 - x^3 - x^4 + 10x^5 - x^6$

$-8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$

$-8x^2 + 16x - 16$

$x^3 - 7x^2 + 17x - 15$

$x^6 - x^5 + x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 8$

$x^3 + \frac{8}{x^3} - \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + \left(x + \frac{2}{x}\right) + 1 = 0$

12

$y^3 - y^2 - 5y + 3 = 0$

$x + \frac{2}{x} = y$

$x^2 + \frac{4}{x^2} + 4 = y^2$

$y^3 + 6y = y^3$

149

$x^3 + px + q = 0$ $\qquad 1 + p + q > 0$

$\qquad -8 - 2p + q < 0$

$x^3 + (A-3)x + B + 2 = 0$ $\qquad \cancel{3 + p > 0}$

$p = A - 3$ $\qquad A + B > 0$

$q = B + 2$ $\qquad -2A + B < 0$

$x^3 + x^2 + px + q = 0$ $\qquad 2 + p + q > 0$

$\qquad -4 - 2p + q < 0$

$x^3 + x^2 + (A-2)x + B = 0$

$p = A - 2$ $\qquad A + q > 0$

$\qquad -2A + q < 0$

$x^3 + 2x^2 + px + q$ $\qquad 3 + p + q > 0$

$\qquad -2p + q < 0$

$x^3 + 2x^2 + (A-1)x + B - 2 = 0$ $\qquad p = A - 1$ $\qquad A + B > 0$

$q = B - 2$ $\qquad -2A + B < 0$

$x^3 + 3x^2 + px + q$ $\qquad 4 + p + q > 0$

$\qquad 4 - 2p + q < 0$

$x^3 + 3x^2 + Ax + B - 4 = 0$ $\qquad q = B - 4$ $\qquad p + B > 0$

$\qquad -p + B < 0$

$x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)$

$x^3 + x^2 - 2x = x(x-1)(x+2)$

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$

$x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$

$(x-1)^2(x+2) + Ax + B = 0$ $\qquad A + B > 0$ $\qquad 3 \quad -\frac{B}{2}$

$(x-1)(x+2)x + Ax + B = 0$ $\qquad -2A + B < 0$ $\qquad 3 \quad -\frac{A+1}{2}$

$(x-1)(x+2)(x+1) + Ax + B = 0$ $\qquad 3 \quad -1 - \frac{B}{2}$

$(x-1)(x+2)^2 + Ax + B = 0$ $\qquad 3 \quad -$

$(x-\alpha)^2+\beta^2$

$Ax^2+Bx+C=0$

$(2Ax+By)^2+Dy^2=4A$

$Ax^2+2Bx+C=0$

$\left(x-\frac{\alpha}{\alpha^2+\beta^2}\right)^2+\left(\frac{\beta}{\alpha^2+\beta^2}\right)^2$

$-\frac{B}{A} \qquad -\frac{C}{B}$

$\left(\alpha \quad \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha}\right)$

$A(x-\lambda)^2+2(A\lambda+B)(x-\lambda)+A\lambda^2+2B\lambda+C=0$

$-\frac{B\lambda+C}{A\lambda+B}$

$\lambda-\frac{A\lambda^2+2B\lambda+C}{A\lambda+B}$

$x^2-xy+Py^2$

$x^2+Py^2=4$

$(p-q)p+Pq^2=1$

$(2p-q)^2+(4P-1)q^2=4$

2

Determinant négatif

$2p=q+1$

1° $p^2-Apq+Bq^2=1$

A impair

$(2p-Aq)^2+(4B-A^2)q^2=4$

$\begin{cases} q=0 & p=\pm 1 \\ \text{Déterminant} = -3 & q=\pm 1 \quad p=\frac{Aq\pm 1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} p^2-Apq+\frac{A^2+3}{4}q^2=1 & q=\pm 1 \\ p^2-2Bpq+B^2q^2=1 \end{cases}$

$p^2 \mp A$

$\{a(y-\alpha)(y-\beta)+y(a-\alpha)(a-\beta)\}^2$ 150.

$-\{ay^2+a^2y+\alpha\beta y$

$x(x-a)(x-b)$

$(y-a)x-2\sqrt{ay}\sqrt{(a-\alpha)(a-\beta)}-ay+\alpha\beta=0$

$x=\frac{\left(\sqrt{a}\sqrt{(y-\alpha)(y-\beta)}+\sqrt{y}\sqrt{(a-\alpha)(a-\beta)}\right)^2}{(y-a)^2}$

$\frac{a(y-\alpha)(y-\beta)+y(a-\alpha)(a-\beta)+2}{(y-a)^2}$

$(y-a)^2x^2-2\{a(y-\alpha)(y-\beta)+y(a-\alpha)(a-\beta)\}x$

$+(ay-\alpha\beta)^2=0$

$-2a^2xy+(\alpha+\beta)axy$

D Delaunay

$x^2y^2-2axy(x+y)+a^2(x^2+y^2)$

$(xy-a(x+y)+\alpha\beta)^2=4\alpha\beta xy$

$$\{xy - a(x+y) + \alpha b\}^2 = 4xy(a-\alpha)(a-b)$$

$$x^2y^2 + a^2(x^2+y^2) - 2a\,xy(x+y) - 2a^2xy$$

$$\cancel{+4a^2xy} + 2\alpha b\,xy + 2\alpha b\,a(x+y)$$

$$= \cancel{4a^2xy} - 4(\alpha+b)\,a\,xy + \cancel{4\alpha b\,a\,xy}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x^2y^2 + a^2(x^2+y^2) \\ -2a\,xy(x+y) - 2a^2xy \\ -2\alpha b\,xy - 2\alpha b\,a(x+y) \\ +4(\alpha+b)\,a\,xy \\ +\alpha^2b^2 = 0 \end{array}\right.$$

$$xy - a(x+y) + \alpha b = \sqrt{(a-\alpha)(a-b)}\,\sqrt{xy}$$

$$(a'-a)(x+y) + (\alpha-\alpha')b$$

$=$

$$K_1 = \frac{\alpha K + bL}{p}$$

$$L_1 = \gamma K + \delta L$$

$$\alpha\delta - b\gamma = 1$$

$$\alpha K + bL$$

$$\gamma K + \delta L$$

$$(m\alpha + n\gamma)K + (mb + n\delta)L$$

$$m\alpha + n\gamma = A \quad (\text{mod. } p)$$

$$mb + n\delta = B$$

$$\cancel{m(\alpha\delta - b\gamma) = A\delta - B\gamma}$$

$$a = \alpha \qquad b = b$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{\alpha-b}\,.\,\sqrt{\alpha-c}\,\ldots \times \sqrt{\frac{\varphi a}{\alpha-a}}}{(a-b)(a-c)\ldots} + \frac{\sqrt{\alpha-a}\,.\,\sqrt{\alpha-c}\,\ldots \times \sqrt{\frac{\varphi b}{\alpha-b}}}{(b-a)(b-c)\ldots} + \ldots \right\}$$

Tous ~~les temp~~

$$\tan B = \frac{\tan b}{\sin c}$$

$$\cos a = \cos b \cos c \qquad \sin a = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

$$\tan a = \frac{\tan b}{\cdots}$$

$$\tan b = \tan a \cos C$$

$$\tan c = \tan a \cos B$$

$$\sin b = \sin a \sin B$$

$$\sin c = \sin a \sin C$$

$$\frac{\sin b}{\tan c} = \cos \cos \tan b$$

$$\frac{\text{tang}(a+x)}{\sin y} \qquad \frac{\text{tang}(a-x)}{\sin y}$$

$$\sin y \, \frac{\text{tang}(a+x) + \text{tang}(a-x)}{\sin^2 y - \text{tang}(a+x)\,\text{tang}(a-x)}$$

$$\frac{\text{tang}\,a + \text{tang}\,x}{1 - \text{tang}\,a\,\text{tang}\,x} + \frac{\text{tang}\,a - \text{tang}\,x}{1 + \text{tang}\,a\,\text{tang}\,x}$$

$$= 2\,\text{tang}\,a \, \frac{1 + \text{tang}^2 x}{1 - \text{tang}^2 a\,\text{tang}^2 x}$$

$$\frac{2\,\text{tang}\,a\,(1 + \text{tang}^2 x)\,\sin y}{\sin^2 y\,(1 - \text{tang}^2 a\,\text{tang}^2 x) - (\text{tang}^2 a - \text{tang}^2 x)}$$

$$\sin^2 y - \frac{\text{tang}(a+x) + \text{tang}(a-x)}{\text{tang}\,A}\,\sin y - \text{tang}(a+x)\,\text{tang}(a-x) = 0$$

$$\cancel{\sin y} \quad \cos^2 y \cos^2(x - \alpha) = (A \sin y + B)^2$$

$$\sin y \sin y' + \cos y \cos y' \cos(x - x')$$

$$\sin y \sin y' + \cos y \cos x \cdot \cos y' \cos x' + \cos y \sin x \cdot \cos y' \sin x' = \cos R$$

$$\cancel{\#} \quad \varphi x = (\alpha - x)(\beta - x)(\gamma - x) \ldots$$

$$(\alpha - a)(\alpha - b)(\alpha - c) \ldots (\alpha - x)(\alpha - y) \ldots = \left\{ \frac{(\alpha - b)(\alpha - c)}{(a-b)(a-c)} \ldots \sqrt{\varphi a} + \frac{(\alpha - a)(\alpha - c)}{(b-a)(b-c)} \ldots \sqrt{\varphi b} + \ldots \right\}^2$$

$$(\alpha - b)(\alpha - c) \ldots \overset{a = \alpha}{(\alpha - x)}(\alpha - y) \ldots = \{ \ldots + (\alpha - a)(a - c$$

~~b~~

b

$$abc \ldots \times xyz \ldots = \alpha\beta\gamma \ldots$$

$$(\alpha - a)(\alpha - b)(\alpha - c) \ldots \times (\alpha - x)(\alpha - y)(\alpha - z) \ldots$$

$$= \left\{ \frac{(\alpha - b)(\alpha - c) \ldots}{(a-b)(a-c) \ldots} \frac{\sqrt{\varphi a}}{a - b} + \frac{(\alpha - a)(\alpha - c) \ldots}{} \frac{\sqrt{\varphi b}}{b - b} \right.$$

$$= \alpha \left\{ \frac{(\alpha - b)(\alpha - c) \ldots}{(a-b)(a-c) \ldots} \frac{\sqrt{\varphi a}}{a} + \ldots \right\}^2$$

Lyon Lyon grande ville

$$x = X$$
$$y = Y$$

$$x \varphi y \overset{y = Y}{+ \psi y} = X \varphi Y + \psi Y$$

$\frac{X}{D}dx + \frac{Y}{D}dy$ $\qquad X\frac{dD}{dy} - D\frac{dX}{dy} = Y\frac{dD}{dx} - D\frac{dY}{dy}$

$\left(\frac{X}{\frac{dD}{dx}}\right)_{x=a} \log(x-a) + \ldots\ldots$

$\log(p - \alpha q)$

$f(x, y) = f(x_1, y_1) + C$

$P dx + Q dy = P_1 dx_1 + Q_1 dy_1$

$\varphi x + \varphi y$

$\log$

$x \quad \frac{\varphi(x_1)}{\varphi'(x_1)} + \alpha \quad \frac{\varphi(x_1)}{\varphi'(x_1)} + \ldots$

$$\cancel{\log(\ldots)} + \alpha \log\left(x - a + \alpha b \sqrt[3]{1-x^2}\right) + \alpha^2 \log\left(x - a + \alpha^2 b \sqrt[3]{1-x^2}\right)$$

$=$

$$\cancel{\log(x - \ldots) + \alpha \log(x - \ldots) + \alpha^2}$$

$$\log\varphi(x, R) + \alpha \log \varphi(x\alpha R) + \ldots$$

$$\cancel{\log\left(x + \ldots + b\sqrt[3]{1-x^2}\right)^2}$$

$$(x-a)^3 + b^3(x^2-1) = 0$$

$$\log\left(\sqrt[3]{X} + \sqrt[3]{Y}\right) = \frac{1}{3}\log X + \log\left(1 + \sqrt[3]{\frac{X}{Y}}\right)$$

$$\log(\varphi(x, y)) \ldots \varphi(x, R) \ldots \frac{\frac{2}{3} b x}{\sqrt[3]{(1-x^2)^2}} \Big\} (x-a)^2 + b^2\sqrt[3]{1-x^2}\,(x-a) \ldots$$

$$\log\left(P + \sqrt[3]{Q^2R} + \sqrt[3]{QR^2}\right)$$

$$+ \alpha \log\left(P + \alpha\sqrt[3]{Q^2R} + \alpha^2\sqrt[3]{QR^2}\right)$$

$$+ \alpha^2 \log\left(P + \alpha^2\sqrt[3]{Q^2R} + \alpha\sqrt[3]{QR^2}\right)$$

$$\log(p + z) + \alpha \log(p + z')$$

$x + x_1 + x_2 + \ldots$

$x +$

$$z^3 - 3mz + n = 0$$

$$(x + \alpha x_1 + \alpha^2 x_2 + \ldots) + \alpha^3(x$$

$\alpha^m \quad \alpha^{m+n}$

Monsieur ... Mons...

222

Des Equations

$$\frac{\Theta(u+K)}{\Theta u} = \frac{\Theta K}{\Theta o}\, e^{u\, Z(K)} \sqrt{1 - l^2\varphi^2 u}$$

$$\frac{\Theta(u+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta L}{\Theta o}\, e^{u\, Z(L)} \sqrt{1 - k^2\varphi^2 u}$$

$$\frac{\Theta(u+K+L)}{\Theta u} = \frac{\Theta K}{\Theta o} \cdot \frac{\Theta L}{\Theta o}\, e^{u\{Z(K)+Z(L)\}} \qquad C.\ \varphi u$$

on déduit

$$\frac{\Theta o}{\Theta K} = \frac{\Theta K}{\Theta o}\, e^{-K\cdot Z(K)} \sqrt{1 - \frac{l^2}{k^2}} \qquad \frac{\Theta(u+K)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}\right) Z(K)}\,\Theta u} = \frac{\sqrt{1 - l^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1 - \frac{l^2}{k^2}}}$$

$$\frac{\Theta o}{\Theta L} = \frac{\Theta L}{\Theta o}\, e^{-L\, Z(L)} \sqrt{1 - \frac{k^2}{l^2}} \qquad \frac{\Theta(u+L)}{e^{\left(u+\frac{L}{2}\right) Z(L)}\,\Theta u} = \frac{\sqrt{1 - k^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1 - \frac{k^2}{l^2}}}$$

$$\frac{\Theta K}{\Theta L} = \frac{\Theta K}{\Theta o} \cdot \frac{\Theta L}{\Theta o}\, e^{-L\{Z(K)+Z(L)\}}\, C$$

~~On déduit de ces dernières~~

Soit $Kl = 1$ $\quad \psi u = \dfrac{\sqrt{1-K^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1-\frac{K^2}{l^2}}}$ $\quad \xi u = \dfrac{\sqrt{1-l^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1-\frac{l^2}{K^2}}}$

Nous aurons

$$\varphi' u = \sqrt[4]{-(K^2-l^2)^2} \cdot \psi u \cdot \xi u$$

$$\psi' u = \sqrt[4]{-K^4} \cdot \varphi u \cdot \xi u$$

$$\xi' u = \sqrt[4]{-l^4} \cdot \varphi u \cdot \psi u$$

$amx + a(b \cancel{+y} + mx) = bm$ 155.

Une innovation non connue.

$(m-a)y = bm - an$

$amx + a(b-n) = bm\frac{p^2-1}{4}$

$\varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$ $\quad \varphi\left(\frac{\omega}{n}\right)$

$\varphi(x\sqrt{-1}) = \sqrt{-1}\cdot\varphi x$

$\omega \quad \omega$

p^2-1

$p-1$ $\quad p^2(p^2-1).a$

$x_{k.l}$ $\quad x_{0.1}$

$(bm-an)(n+a)$

x_{k+l} $\quad x_{ak+bl}$

$(m+n\sqrt{-1})$

$(k+l\sqrt{-1})$ $\{ak+bl+(ck+dl)\sqrt{-1}\}$

$(a+b\sqrt{-1})^n\ (k+l\sqrt{-1})$

$(a+b\sqrt{-1})^n =$ $(a+b\sqrt{-1})^2$ $\frac{bk-bl}{bk+al}$

$a^2-b^2=1$ $ab=0$ $\frac{ak-b}{bk+a}$ $a=1$ $a=1$

$a=0$ $b=0$ $b^2=-1$ $a^2=1$ $+\frac{-a^2-1}{k+a}$ a^2+4b^2

$(a+b\sqrt{-1})^m = (c+d\sqrt{-1})^n$ $-4b^2$

$a^2+b^2=1$ $p+1=4m$

$\frac{ak+bl}{ck+dl}=\frac{k}{l}$

$k^2-bl(a-d)kl+l^2=0$

$(a-d)^2+4b$

$\frac{ak-bl}{bk+al}$ $p+1$

$k.\ l$ $-k.-l$

$-ak+bl=ak+bl$

$-ck+dl=-ck-dl$ $(p+1).\,c$

$p+1=4n$ $k/-l$

$p-1$ $\frac{a^2+4b^2}{4}+b\cdot\frac{a^2}{2}$

$2a-a$

$\frac{a-d^2}{4}$

$b-\frac{a-d}{2}d$

$(a+b\sqrt{N})(k+l\sqrt{N})$

$\frac{(a-nc)(k+n)+b-nd}{ck+nc+d}$

$\frac{a(k+n)+b}{c(k+n)+d}-n$

$a-d=2n$

Group d Permutations

$(-ax+b)\,y = a\,(b-x^2)\,x\,(K + K_1 x + K_2 x^2 + K_3 x^3 + \cdots + K_{n-1} x^{n-1})$

$n < p-1$

157.

$$\frac{\Theta L}{\Theta K} = \frac{\Theta K}{\Theta_0}\cdot\frac{\Theta L}{\Theta_0}\, e^{-K\{z(K)+z(L)\}}\,\frac{C}{L}$$

$$\left(\frac{\Theta K}{\Theta_0}\cdot\frac{\Theta L}{\Theta_0}\cdot C\right)^2 = e^{(K+L)(z(K)+z(L))}\cdot Kl$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\Theta(u+K+L)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}+\frac{L}{2}\right)\{z(K)+z(L)\}}\,\Theta u} &= \sqrt{Kl}\,.\,\varphi u \\
\frac{\Theta(u+K)}{e^{\left(u+\frac{K}{2}\right)z(K)}\,\Theta u} &= \frac{\sqrt{1-k^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1-\frac{l^2}{k^2}}} \\
\frac{\Theta(u+L)}{e^{\left(u+\frac{L}{2}\right)z(L)}\,\Theta u} &= \frac{\sqrt{1-k^2\varphi^2 u}}{\sqrt[4]{1-\frac{k^2}{l^2}}}
\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\Theta(u+iK')}{e^{\frac{\pi u}{2K}}\,\Theta u}$$

algé… en qui aura nécessairement

$A + Bx + Cx^2 = 0$

$\sqrt{B^2 - 4AC}$

$\phi(x, y) = 0$

$\frac{d\phi}{dx} = \sqrt{fy}$ $\frac{d\phi}{dy} = \sqrt{fx}$

$\sqrt{fy}\, dx + \sqrt{fx}\, dy = 0$

$\frac{p - p_0}{\rho - \rho_0}$

p_0 ρ_0 t_0

p ρ t

Cas de $r^2 > \delta^2$ $\qquad r^2 - \delta^2 = g^2$

Le radical qui doit [illegible] est celui-ci

$$\sqrt{(\beta^2+\gamma^2-\delta^2)^2 - 4\delta^2\gamma^2} = \sqrt{(\beta+\gamma+\delta)(\beta-\gamma-\delta)(\beta-\gamma+\delta)(\beta+\gamma-\delta)}$$

~~Pour que ce radical [illegible] pas.~~

~~[illegible] tous les facteurs positifs~~

~~β [illegible]~~

$AP = \beta+\gamma+\delta$

$BQ = \beta-\gamma-\delta$

$BP = \beta+\gamma-\delta$

$AQ = \beta-\gamma+\delta$

1° Quand tous les facteurs ne sont pas positifs, il faut que ~~[illegible]~~ $\beta+p$ $\quad\beta-p$ ~~[illegible]~~ tandis que

Or qu'il soient ~~[illegible]~~

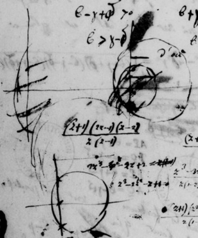
2° ~~[illegible]~~

3^o $b+\gamma+\delta$; $b-\gamma+\delta$ positifs les autres negatifs

$b-\gamma+\delta>0$ $\quad$ $b+\gamma+\delta<0$

$b>\gamma-\delta$ $\quad$ $b<\delta-\gamma$

d'où $\gamma>\delta$



$z=\frac{5\pm 3}{4}$ $\quad$ 2 $\quad$ $\frac{1}{2}$

$\frac{(z+1)(2z-1)(z-2)}{z(z-1)}$

$\frac{(z+1)(2z^2-5z+2)}{z(1-z)}$

$2z^3-5z^2-2z+2$

$z^3-2z^2-z+1=0$

$\frac{z^3-3z+1}{z(1-z)}+z^3-3z^2+1$

$\frac{(z+1)(z^2-2z)}{z(1-z)}$

$z+1$

$z+\frac{z-1}{z}+\frac{1}{1-z}$

$\frac{-z^3-1+3z}{z(1-z)}$

$\frac{z^2(1-z)+(1-z)^2+z}{z(1-z)}$

159

$p=3$ $\quad$ $i^2=-1$ $\quad$ $\frac{k}{(1+i)k^3}\Big|\frac{ik}{(1-i)k^3}$ $\quad$ $(1+i)k-ik^3$

$p=5$ $\quad$ $i^2=2$

$\frac{k}{(2+i)k^3}\Big|\frac{ik}{(2-i)k^3}$

$\frac{1}{k}$ $\quad$ mk $\quad$ k $\quad$ $-\frac{1}{k}$ $\quad$ $b+\frac{a}{k-c}=c+\frac{a}{k-b}$

$\underline{ak+b}$ $\quad$ $-k$ $\quad$ $\frac{1}{k}$

$\frac{ak+b}{ck+d}$ $\quad$ $\frac{-ak+b}{-k+c}=\frac{k+c}{ak+b}$ $\quad$ $b^2-a^2k^2=c^2-k^2$

$b=\pm c$

$a=\pm 1$

$k=b+\cfrac{a}{b-c+\cfrac{a}{b-c+\cfrac{a}{k-c}}}$ $\quad$ $\pm k$

0	∞		
1	-1		
2	-2	1	2

$\frac{ak+b}{ak+d}$ $\quad$ $\frac{b}{c}=\infty$ $\begin{cases}\frac{b}{c}=\pm 1\\ a=\mp 1\end{cases}$ $\quad$ 1

$\frac{k+2}{k-1}$ $\quad$ $\frac{a}{c}=\infty$ $\quad$ 0 $\quad$ -1 $\quad$ $\frac{k+2}{k-2}$ $\quad$ 0 $\quad$ -1 $\quad$ -2 $\quad$ ∞ $\quad$ 1 $\quad$ 2

$k+2l\,/\,k-2l$ $\quad$ $\frac{k-2}{k+2}$ $\quad$ 0 $\quad$ -1

$k+$ $\quad$ $(1+i)k+2(1-i)l$

$ak+bl \mid ck-al$

~~$a^2+bc = \pm 2$~~

$pk+ql \mid rk-pl$

$(ap+br)$

$aq+bp$

~~$ck^2 - 2akl - bl^2 =$~~

$a^2+bc = \pm 1$

$\infty\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4$ $\quad$ $\infty\ 0\ 4\ 3\ 2\ 1$

$0\ \infty\ 1\ 3\ 2\ 4$ $\quad$ $0\ \infty\ 4\ 2\ 3\ 1$

$\frac{k+1}{2k+1}$ $\quad$ $\frac{2k+2}{k+2}$

$\frac{-2}{-1}$

$0\ \ -1\ \ 2\ \ \infty\ \ -2\ \ 1$

$\infty\ \ 2\ \ -1\ \ -k$

$1\ \ -1$

$\frac{2k+1}{k-2}$

$\frac{2}{}\quad -\frac{1}{k} \quad \frac{2}{k}$

$\frac{ak+b}{ak+a}$

$0\ \ \infty$ $\quad$ $0\ \ \infty\ \ 2\ \ 1\ \ 4\ \ 3$

$\frac{a+b}{} = 1$

$\infty\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4$

$\infty\ 0\ 4\ 3\ 2\ 1$

$4\ 3 \mid 2\ 1 \mid \infty\ 0$

$1\ 2 \mid 0\ \infty \mid 4\ 3$

$\frac{3k+1}{2k-1}$ $\quad$ $\frac{2k-2}{k-2}$

$a = 2$

$b = 1$

$2a+b = 1$

$a-b=1$

$3a+b=2$

160

$k \mid l$ $\quad$ $k \mid l$ $\quad$ $k \mid -l$

$-l \mid k$ $\quad$ $-l \mid -k$

$-k \mid -l$ $\quad$ $-k \mid l$

$l \mid -k$ $\quad$ $l \mid k$

$k+l \mid k-l$ $\quad$ $-l \mid k$

$-l \mid k$ $\quad$ $k+l \mid k-l$

$-k+l \mid k+l$ $\quad$ $-l+k \mid -l-k$

$k+l \mid l$

$k-l \mid l$

$-l \mid k+l$

$k+l \mid k-l$

$k \mid l$

$k+l \mid k-l$

$-k \mid -l$

$k+il$

$k + \frac{(1-i)}{1+i} l$

$k+(1+i)l$

$\frac{1-\sqrt{-1}}{1+\sqrt{-1}}$

$Ak+B$

$A+B=1$

$A=i+1$

$B=i$

$ak+bl$

$(a+d)b=0$

$(a+d)c=0$

$a^2+bc=\pm 2$

$-2k-2l$

$-k+l \mid k+l$

$2-i$

$\frac{k}{(i-1)k^5}$ $\quad$ $\frac{ik}{(i-2)k^5}$

$a^2 = \pm 1$

$\frac{b}{a} = \pm 2$

$a = \pm 1$

$bc = 2$

$= A(i-1)k^5 + B(i-1)^2 k$

$Ai = -B(i+1)$

$Bi = A(i-1)$

$K \quad (1+i)K \quad (1+i)K$

$(2+i)K^5 \quad (2+i)K^5$

$(2-2)^2 K \quad (1+i)K$

$i \quad \cancel{(1+i)K^5}$

$(1+i)K^5$

$2i+3 \quad -K$

$2+i$

$1+2i$

$-i$

$1+2i$

$2+3i$

1

$2-i$

$1+i$

i

$-2+2i$

$2+i$

$k+2 \quad i+ \quad 1+i$

$2+2i \quad 1-i \quad -1 \quad 1$

$-2-2i \quad i$

$-1+2i \quad 2 \quad 2 \quad 2i$

$2 \quad I K^p \quad \frac{I}{m K^p} \quad \frac{1}{K^p} \quad -i \quad I(m K^5) \quad \ldots K^5)$

$\cancel{2x^3-1} \quad I K^p \qquad m = m$

$x^3 =$

$2(1+i)$

$4($

$1+i \quad 1-i \qquad K+2l \,/\, -K+l$

$2f \quad 3(1-i) \quad \cancel{2f} \qquad (1+i)(K+il) \qquad K l$

$3(1-2) \qquad 1+2i \qquad 2K+2l \,/\, K+$

$2+2i \quad (1+i) \quad (2+i) \quad 1 \qquad K-l \,/\, 2K+l$

$\frac{K+2}{K+1} \quad \frac{-K+2}{K-1} \quad 2(1+i^2)+3$

$\infty\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4$

$1\ 2\ 4\ 3\ 0\ \infty$

4

161

$d\left\{(x-a)^m\sqrt{(x-a)(x-b)(x-c)\cdots}\right\}$

$=\left\{(m+\tfrac12)(x-a)^{m}(x-b)(x-c)\cdots + \tfrac12(x-a)^{m+1}\frac{d(x-b)(x-c)\cdots}{dx}\right\}$

$= \frac{(x-a)^m\,dx}{\sqrt{(x-a)(x-b)(x-c)\cdots}}\left\{(m+\tfrac12)(x-b)(x-c)\cdots + \tfrac12(x-a)\ldots\right\}$

$= \ldots (x-b)(x-c)\ldots \frac{dz}{dx} - (m+1)(a-b-c)\ldots \frac{dz}{dx}$

$(m+\tfrac32)\ldots(x-a)^{m+2}\,dx$

$(x-a)^{m+\frac32}$

$(x-a)^{m+\frac32} \qquad (m+\tfrac32)(x-a)^{m+\frac12}$

$\mu(\mu-1)\frac{d^2z}{d\mu^2} + (2\mu-1)\frac{dz}{d\mu} + \frac14 z = 0$

$\frac{y}{\sqrt[4]{\mu(\mu-1)}} = z \qquad \frac{dy}{y\,d\mu} = \frac{dz}{z\,d\mu} + \frac14\frac{(2\mu-1)\,d\mu}{\mu(\mu-1)}$

$\frac{dz}{d\mu} = \frac{1}{\sqrt[4]{\mu(\mu-1)}}\left(\frac{dy}{d\mu} - \frac14\frac{2\mu-1}{\mu(\mu-1)}y\right)$

$\frac{d^2z}{d\mu^2} = \frac{1}{\sqrt[4]{\mu(\mu-1)}}\left\{\frac{d^2y}{d\mu^2} + \frac14\left(\frac{1}{\mu^2}+\frac{1}{(\mu-1)^2} - \frac{2\mu-1}{\mu(\mu-1)}\right)\frac{dy}{d\mu} - \frac{5}{16}\frac{(2\mu-1)^2}{\mu^2(\mu-1)^2}\right.$

$\mu(\mu-1)\frac{d^2y}{d\mu^2} + \left\{\frac14\mu(\mu-1)\left(\frac{1}{\mu^2}+\frac{1}{(\mu-1)^2}\right) + \frac34(2\mu-1)\right\}\frac{dy}{d\mu} + \left(-1-\frac{5}{16}\frac{1}{\mu(\mu-1)}\right)y$

$\frac14 - \frac14\frac{(2\mu-1)^2}{\mu(\mu-1)} - \frac{1}{16}$

$-1+\frac{5}{16}\mu$

$\frac{d^2y}{dz^2} + P\frac{dy}{dz} + Qy = 0 \qquad -\frac{P'}{z^2} \qquad \frac{Q'}{z^4}$

P change de signe quand au lieu de z on met 1-z

$\left.\begin{array}{l}\cancel{\frac{P}{z}\ \text{devient}\ \frac{P}{z^2}}\\ \cancel{Q\ \text{devient}\ \frac{Q}{z^4}}\end{array}\right\}$ ~~quand à la place de z on met~~ $\frac{1}{z}$

$$2\left(z+\frac{1}{1-z}+\frac{z-1}{z}\right)-3 = u$$

$$1+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(1-z)^2}$$

$$\cancel{(z+1)(z-1)(z-2)}$$

$$\frac{(z+1)(2z-1)(z-2)}{z(1-z)}=u$$

$$\cancel{u = \frac{a}{z}e\frac{a}{1-z}}$$

$$dz\left(1+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(1-z)^2}\right)=du$$

$$\frac{d^2y}{du^2}+P\frac{dy}{du}+Q=0$$

$$x=z^2$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{2z\,dz}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1}{4z^2}\frac{d^2y}{dz^2}$$

$$y=y$$

$$\frac{dy}{du}=\frac{1}{1+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(1-z)^2}}\cdot\frac{dy}{dz}$$

$$\frac{d^2y}{du^2}=\frac{d\,\frac{1}{1+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(1-z)^2}}}{dz}\frac{dz}{du}\frac{dy}{dz}+\frac{1}{\left\{1+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(1-z)^2}\right\}^2}\frac{d^2y}{dz^2}$$

$$c^2=\mu$$

$$2\frac{dy}{d\mu}-\frac{1}{c}\frac{dy}{dc}$$

$$\cancel{\mu\frac{d^2y}{d\mu^2}=-\frac{1}{4c}\frac{dy}{dc}+\frac{1}{4c}\frac{d^2y}{dc^2}}$$

$$\frac{d^2y}{dc^2}=2\left\{\frac{dy}{d\mu}+2\mu\frac{d^2y}{d\mu^2}\right\}$$

$$(1-c^2)\frac{d^2y}{dc^2}+(1-3c^2)\frac{dy}{c\,dc}-y=0$$

$$(1-\mu)\frac{d^2y}{d\mu^2}+\frac{1}{4}(1-3\mu)\frac{dy}{d\mu}-y=0$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{dx}{dt}\cdot\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)+\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dt}=\left\{1+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{(1-t)^2}\right\}\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=2\left\{-\frac{1}{t^3}+\frac{1}{(1-t)^3}\right\}\frac{dy}{dx}+\left\{1+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{(1-t)^2}\right\}^2\frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\frac{1}{4}y+\left[(2t-1)\left\{1+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{(1-t)^2}\right\}+t(t-1)\left\{-\frac{1}{t^3}+\frac{1}{(1-t)^3}\right\}\right]\frac{dy}{dx}+\left\{1+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{(1-t)^2}\right\}^2\frac{d^2y}{dx^2}=0$$

$$\cancel{x=\frac{1}{1-z}}$$

$$x=t-\frac{1}{t}+\frac{1}{1-t}-\frac{1}{2}$$

$$1+\frac{1}{t^2}+\frac{1}{(1-t)^2}$$

$$t(t-1)\frac{d^2y}{dt^2}+(2t-1)\frac{dy}{dt}+\frac{1}{4}y=0$$

$$2t-1=z$$

$$t(t-1)\frac{d^2y}{dt^2}+(2t-1)\frac{dy}{dt}+\frac{1}{4}y=0$$

$$z(z-2)\frac{d^2y}{dz^2}+2(z-1)\frac{dy}{dz}+\frac{1}{4}y$$

$$(z^2-1)\frac{d^2y}{dz^2}+2z\frac{dy}{dz}+\frac{1}{4}y=0$$

$$\frac{d\left\{\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}\right\}}{da}-\frac{d\left\{\frac{1}{a-x}\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}}\right\}}{dx}=\sum\frac{x^m a^n}{\sqrt{\varphi x\,\varphi a}}$$

$$\frac{1}{(x-a)^2}\left(\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}-\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}}\right)+\frac{1}{2}\frac{\varphi a+\varphi' x}{x-a}$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{x-a}\frac{A}{X}\right)}{da}=\frac{1}{x-a}\frac{A'}{X}+\frac{1}{(x-a)^2}\frac{A}{X}$$

$$X\frac{dx}{dx}\qquad\frac{\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}-\varphi' x}{x-a}=\frac{\varphi'' x}{1.2}$$

$$\psi x=\frac{Fx}{\varphi x}$$

$$\frac{d\left\{\frac{1}{x-a}\frac{\psi a}{\varphi x}\right\}}{da}=\left(\frac{Fa}{x-a}+\frac{\psi a\,\varphi a}{(x-a)^2}\right)\frac{1}{\varphi x\,\varphi a}$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{x-a}\frac{A}{\varphi x}\right)}{da}=\frac{1}{x-a}\frac{A'}{\varphi x}+\frac{1}{(x-a)^2}\frac{A}{\varphi x}$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{a-x}\psi x\right)}{dx}=\frac{1}{a-x}\psi' x+\frac{1}{(x-a)^2}\psi x$$

$$\iint\frac{dX}{da}\,dx\,da$$

$$\int_\alpha^\beta\frac{d\left(\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}\right)}{da}\,da=\sum\frac{a^n}{\sqrt{\varphi a}}\int_\alpha^\beta\frac{x^m\,dx}{\sqrt{\varphi x}}$$

$$\frac{d\int_\alpha^{a+i}\frac{1}{x-a}\left(\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}\right)dx}{da} = \frac{1}{i}\left(\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi(a+i)}}\right)+\int^{a+i}\frac{d\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}}{da}dx$$

$$\log \int \frac{\varphi x\,dx}{x-\alpha}$$

$$= \frac{1}{i}\left\{\sqrt{\frac{\varphi(a)}{\varphi(a+i)}}-\sqrt{\frac{\varphi(a+i)}{\varphi a}}\right\}+\ldots$$

$$\log(x-a)+\ldots \quad \frac{1}{\alpha-x}\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}} \quad \cancel{\sum\int_\alpha^{a+i}\frac{x^m a^n}{\sqrt{\varphi x\,\varphi a}}}dx$$

$$\frac{d\int_\alpha^{a+i}\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}dx}{da} = -\frac{1}{\sqrt{\varphi(a+i)\varphi a}}\frac{\varphi(a+i)-\varphi a}{i}+\sum\frac{a^m}{\sqrt{\varphi a}}\int_\alpha^{a+i}\frac{x^m}{\sqrt{\varphi x}}dx$$

$$\int_\alpha^{a+i}\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}dx = -\int\frac{1}{\sqrt{\varphi(a+i)\varphi a}}\frac{\varphi(a+i)-\varphi a}{i}da$$

$$+\sum\int\frac{a^m}{\sqrt{\varphi a}}\left[\int_\alpha^{a+i}\frac{x^m}{\sqrt{\varphi x}}dx\right]da$$

$$\int_\alpha^a\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}dx = -\log\varphi a+\sum\int$$

$$0 = -\log$$

$$\int_\alpha^{a+i}\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}dx$$

$$= -\int_\alpha^{a}\frac{1}{\sqrt{\varphi(a+i)\varphi a}}\frac{\varphi(a+i)-\varphi a}{i}da+\sum\int_\alpha\left[\int_\alpha^{a+i}\frac{x^m dx}{\sqrt{\varphi x}}\right]\frac{a^m da}{\sqrt{\varphi a}}$$

$$\frac{d\,\frac{\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}-1}{x-a}}{da}-\frac{d\,\frac{\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}}-1}{a-x}}{dx}=\sum\frac{a^m x^n}{\sqrt{\varphi a}\,\sqrt{\varphi x}}$$

$$\frac{d\int_\alpha^a\frac{\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}-1}{x-a}dx}{da} = \frac{\varphi' a}{\varphi a}-\frac{x+1}{a-\alpha}$$

$$\frac{1}{i}\int_a^{a+i}\frac{\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}-1}{x-a}dx+\int_\alpha^a\frac{d\,\frac{\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}}-1}{a-x}}{dx}dx+\sum$$

$$(uz) = \int u\,dz+\int z\,du$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\varphi(x+t)\,dt = \int_0^{\infty} e^{-t^2}\varphi(x+t)\,dt + \int_0^{-\infty} e^{-t^2}\varphi(x+t)\,dt$$

$$e^{-t^2} = z$$

$$-t^2 = \log z$$

$$t = \sqrt{\log \frac{1}{z}}$$

$$\int_{-\infty}^{0}$$

$$\boxed{2t\,dt = -\frac{dz}{z}}$$

$$e^{-t^2}dt = -\frac{dz}{2t}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z}$$

$$\int^{\infty} e^{-z}\,\varphi(x+\sqrt{z})\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$+\int_0$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\varphi(x+\sqrt{z}) - \varphi(x-\sqrt{z})}{2\sqrt{z}}\, e^{-z}\,dz$$

$$e^{-t^2} =$$

$$m(m-1)(m-2)\left(\frac{m-1}{2}\right) - \left(m(m-2)\left(\frac{m-3}{2}\right)^2 + m\frac{m-1}{2}(m-3) + m\frac{m-1}{2}\frac{m-2}{3}\cdot\frac{m-5}{2} + 1\right)$$

$$\left\{(m-1)(m-2) - (m-2)\left(\frac{m-3}{2}\right) - m - 1\right\} m\frac{m-3}{2} - m\frac{m-1}{2}\frac{m-2}{3}\cdot\frac{m-5}{2} - 1$$

$$m^2\left(\frac{m-3}{2}\right)^2$$

$$\left(m\frac{m-3}{2}+1\right)\left(m\frac{m-3}{2}-1\right)$$

$$\frac{m^2-3m+2}{2} \qquad \frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

9 9

$$\frac{\cancel{m^2-3m-2}}{2} \qquad \left\{m\frac{m-3}{2} - 1 - \frac{m}{3}\cdot\frac{m-5}{2}\right\}\frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

Jeudi 26 Octobre 1829

$$3m(m-3) - 2.3 - m(3m-5)$$

$$2m^2 - 4m - 6$$

Galois

$$\frac{m^2-2m-3}{3}\cdot\frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

$$\frac{(m+1)(m-1)(m-2)(m-3)}{2.3}$$

$$(m+1)(m-3)$$

$$\frac{(m+1)(m-2)(m-3)}{2.3}$$

divise m

$\cos z \quad \cos\left(\frac{p}{5}+z\right) \quad \cos\left(\frac{2p}{5}+z\right) \quad \ldots$

$\cos z \quad \cos z'$

$\Sigma \cos(mz + nz')$

$-\sin 3z = 3\sin z - \sin^3 z$

$x^2 + y^2 = 1$

$z'^2 + u'^2 = 1$

$10u - 5u^3 - u^5 = 10u' - 5u'^3 - u'^5$

$\cos(z + 2z') = \cos z\,(2\cos^2 z' - 1) + 2\sin z \sin z' \cos z'$

$\cancel{\cos(z+z') = \cos z \cos z' - \sin z \sin z'}$

$\cancel{\cos\,(n(z'-z))} \quad 2(z'-z)+z \quad x^2-2$

$\cos 2$

$3\,\Sigma(abcd) + \Sigma(a^2bc)$

$\cos$

$m^2 - m - 2 = (m+1)(m-2)$

$\frac{m^2-m-2}{2}$

$\Sigma(ab)$

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - x\{px+q\}^2 = x$$

$$\frac{\sqrt{a-y}\sqrt{\frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{x}} - \sqrt{a-x}\sqrt{\frac{(y-b)(y-c)(y-d)}{y}}}{x-y}$$

$$\frac{abcd}{xy}$$

$$xy(x-y)^2x^2 - \qquad abcd(x-y)^2$$

$$\frac{\sqrt{y(y-a)}\cdot\sqrt{(x-b)(x-c)(x-d)} - \sqrt{x(x-a)}\sqrt{(y-b)(y-c)(y-d)}}{\sqrt{xy}\,(x-y)}$$

$$y(y-a)(x-b)(x-c)(x-d) + x(x-a)(y-b)(y-c)(y-d)$$

$$- abcd(x-y)^2$$

$$\frac{(y-a)\frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{x} + (x-a)\frac{(y-b)(y-c)(y-d)}{y}}{(x-y)^2}$$

$$Fa + F'a\,(x-a) + V(x-a)^2$$
$$= Fb + F'b\,(x-b) + U(x-b)^2$$

$$V = m + n\,(x-b) + \cdots$$
$$U = p + q\,(x-a) + \cdots$$

$$Fa + F'a\,(x-a) + m(x-a)^2 + n\,(x-a)^2(x-b)$$
$$= Fb + F'b\,(x-b) + p(x-b)^2 + q\,(x-a)(x-b)^2$$

$$-Fa + Fb + F'b\,(a-b) + p(a-b)^2 = 0$$
$$-Fb + Fa + F'a\,(b-a) + m(a-b)^2 = 0$$

$$2(a-n) + a - b = 0$$
$$n = \frac{2a-b}{2}$$

$$Fa.\frac{(x-b)^2}{(a-b)^2} + Fb\,\frac{(x-a)^2}{(a-b)^2} + F'a\,\frac{(x-b)^2(x-a)}{} + F'b\,(x-b)^2(x-a)$$

$$(x-b)^2(mx+n)$$

$$Fa.\frac{(a-b)^2}{(a-b)^2} + F'$$

$$p\,Fa + q\,Fb + r\,F'a + s\,F'b$$

$$\cancel{(x-b)^2(mx+n)=0}$$
$$2(a-b)(ma+n) + (a-b)^2 m = 0$$

$$\{p + p'(x-a)\}\,Fa$$
$$\{q + q'(x-a)\}\,Fb$$
$$\{r + r'(x-a)\}\,F'a$$
$$\{s + s'(x-a)\}\,F'b$$

$p = 1$ pour $x = a$
$p' = 0$
$r = 0$
$r' = 1$
$q = 0$
$q' = 0$

$$(a-b)^3 m + 2 = 0$$
$$-2a + (a-b)^3 n = ab$$

$\cancel{Fa + F'b(x-a) +}$

$$Fa\,\frac{(x-b)^2}{(a-b)^2} + F'b\,\frac{(x-a)^2}{(a-b)^2} + (pF'a + qF''a)(x-b)^2(x-a) +$$

$$2\frac{Fa}{a-b} + (pF'a + qF''a)(a-b)^2$$

$$\left\{-\frac{2\,Fa}{(a-b)^3} + \frac{F'a}{(a-b)^2}\right\}$$

$Fa = \sqrt{\varphi a}$

$F'a = \frac{\varphi' a}{2}$

$$\left\{(x-a)^2(x-b)^2\left\{\frac{d\,\frac{\sqrt{\varphi a}}{(a-b)^2(x-a)}}{da} + \frac{d\,\frac{\sqrt{\varphi b}}{(a-b)^2(x-b)}}{db}\right\}\right\}$$

$$\left\{\frac{d\ldots}{da} + \frac{d\ldots}{db}\right\}\cancel{(x-a)^2(x-b)^2}\,(x-u)(x-v)$$

Faul

x

$\cancel{y = x\,\frac{x-cx}{1-\frac{1}{y}}}$ $\quad y = x\,\frac{x-c}{cx-1}$

x^2

$(1+y)^2k - y(1+k)^2$ $\quad x(x-c) - k(x-\frac{1}{c})$ $\quad \cancel{(1+k)^2\ldots}$

$\{(1+y)^2 - (1+k)^2\}k + (y-k)$ $\quad (1+k)^2(x-c) - \frac{1}{k}(x-\frac{1}{c})$

$(2+y+k)\,k - (1+k)^2$

$x^2 - (1+y)\,c\,x + y$ $\quad x = \frac{(1+y)c \pm \sqrt{(1+y)^2 c^2 - 4y}}{2}$

$x^2 - (1+\frac{1}{k})\,c\,x + \frac{1}{k}$

167

$k = a_n g + b_n h$

$l = c_n g + d_n h$

$$\frac{a_n - d_n}{a - d} = \frac{b_n}{b} = \frac{c_n}{c}$$

$$k - a_n g = \frac{a_n - d_n}{a - d}\, b h$$

$$l - d_n h = \frac{a_n - d_n}{a - d}\, c g$$

$$k = \left(g + \frac{bh}{a-d}\right) a_n - \frac{bh}{a-d}\, d_n$$

$$l = \frac{cg}{a-d}\, a_n + \left(h - \frac{cg}{a-d}\right) d_n$$

$$(ag + bh - dg)(ah - cg - dh) - bcgh$$

$a^2gh - acg^2 - adgh$

$+ abh^2 - bcgh - bdh^2$

$- adgh + cdg^2 + d^2gh$

$$\left((a-d)^2 - 2bc\right) gh + (a-d)(\ldots cg^2)$$

$$\left[(a-d)^2 - 2bc\right]^2 + 4(a-d)^2 bc$$

$(a-d)^4 + 4b^2c^2$

$2(a-d)bh$

$$(2Ax + By)^2 \ldots y^2$$

STS

$\cancel{\varphi\left(\frac{kg-bh}{ad-bc}, \frac{ah-cg}{ak-bc}\right) = a_n\varphi(g,h) + b_n\psi(g,h)}$

$\cancel{\psi\left(\frac{kg-bh}{ad-bc}, \frac{ah-cg}{ak-bc}\right) = c_n\varphi(g,h) + d_n\psi(g,h)}$

$g = ak + bl \quad , \quad h = ck + dl$

$\varphi(k,l) = a_n\varphi(g,h) + b_n\psi(g,h)$

$\psi(k,l) = c_n\varphi(g,h) + d_n\psi(g,h)$

$\frac{a_n - d_n}{a-d} = \frac{b_n}{b} = \frac{c_n}{c}$ $\quad \cancel{a_n\varphi(g,h) + c_n\frac{b}{c}\psi(g,h)}$

$\varphi(k,l) = \frac{k}{ck^2 - (a-d)kl - bl^2}$ $\quad \cancel{g = a_n k + n \cdot \frac{b}{c} l}$

$\cancel{h = a_n l + n \cdot \left(k - \frac{a-d}{c} l\right)}$

$\psi(k,l) = \frac{l}{bl^2 - (a-d)kl - ck^2}$

$\cancel{c(gl - hk)}$

$\varphi(g,h) = A \quad \psi(g,h) = B$

$g = a_n \cdot k + \frac{c_n}{c} \cdot bl$

$h = a_n \cdot l + \frac{c_n}{c} \cdot [ck - (a-d)l]$

$\frac{b_n}{b} = \frac{c_n}{c} = \frac{hk - gl}{ck^2 - (a-d)kl - bl^2}$

$a_n = \frac{cgk - [(a-d)g + bh]l}{ck^2 - (a-d)kl - bl^2}$

$d_n = [cg - (a-d)h]k - bhl$

$\cancel{g[ck - (a-d)l] - bhl}$

$[Acg + Bbh]k - [\{A(a-d) + Bb\}g + Abh]l$

$gk - [\cancel{(a-d)g} + bh]l - (a-d)hk$

$\cancel{(a-d)g}$

$\cancel{\frac{c(a-d)g + (b+c)h}{a-d}} \quad \cancel{a_n (a-d)}$

$\cancel{c(ak+bl)^2} - (a-d)(ak+bl)(ck+dl) - b(ck+dl)^2$

$ca^2 - (a-d)ac - bc^2 \qquad \frac{ak+bl}{k} = \frac{ck+dl}{l}$

Galois

G

Galo

Galois

$a^{-2}V^{-2} + a^{2} + V^{2}$

$\frac{1}{1+a^2V^2} + \frac{a}{a^{-2}+V^{-2}} - 1$

$$e^{x^2\frac{\pi K'}{K}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-t^2} e^{2xt\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}}\,dt$$

$$\frac{aV}{1+a^2V^2} - \frac{aV^{-1}}{1+a^2V^{-2}}$$

$aV + a^3V^{-1}$

$-aV^{-1} - a^3V$

$\int e^{-t^2}dt$ $\quad a - a^3$

$$\int e^{x^2\frac{\pi K'}{K} - t^2}\,dt = \int e^{x^2\frac{\pi K'}{K} - \left(x\sqrt{\frac{\pi K'}{K}} - t\right)^2}\,dt$$

$$= \int e^{-t^2} e^{2xt\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}}$$

$\frac{1 + a^2V^2}{1 + a^2V^2}$

$$\varphi x = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-t^2} e^{2t\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}} \cos 2x$$

$+1 - a^2V^2 + a^4V^4$

$-1.\ +1 - a^2V^{-2} + \ldots$

$$e^{2t\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}} \cos 2x -$$

$\frac{1}{1+a^2V^2} + \frac{1}{1+a^2V^{-2}} - 1$

$1 + a^2(V^2 + V^{-2}) -$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-t^2}\left\{1 - e^{2t\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}} \cos 2x + \ldots\right.$$

$1 + a^2V^2 - a^2V^{-2}$

$a(V - V^{-1}) -$

$aV - a^3V^{3} + \&c.$

$$a = e^{t\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}}$$

$\frac{1-a^4}{1+2a^2\cos 2x + a^4}$

$1 - 2a^2\cos 2x + 2a^4\cos 4x - 2a^6\cos 6x + 2a^8\cos 8x - \ldots$

$2a\sin x - 2a^3\sin 3x + 2a^5\sin 5x - 2a^7\sin 7x + \ldots$

$a \quad 1 - a^2(V^2 + V^{-2}) + a^4(V^4 + V^{-4}) - \ldots$

$$\frac{bc\,K + \frac{bd}{F'(r,d)}\left\{2bc\,(Kd+br)+(a-d)(cKr-bd)\,+bc\right\}}{F'(r,d)} + \frac{bd}{F'(r,d)}$$

$$-\tfrac{1}{2}\left(K+\frac{bd}{F'(r,d)}\right)+$$

$$\left\{+2bcd+(a-d)d^2\right\}K$$

$$2bcr-(a-d)bd$$

$$-bc+\frac{2b^2cd^2}{F'(r,d)}+\frac{bd\,\left[\cancel{(a-d)\,dr}\right]}{F'(r,d)}$$

$$-1+\frac{2bcd^2+(a-d)\,dr}{F'(r,d)}$$

169

$$\frac{\partial u}{\partial t}=f\left(x,u,\frac{du}{dx},\frac{d^2u}{dx^2}\dots\right)$$

φ

$U(x,\alpha)$

$$A\,V(x,t,\alpha)+A_1\,V(x,t,\alpha_1)+\dots$$

$$\alpha\,U(x,\alpha)=A\,U''(x,\alpha)+B.\,U'(x,\alpha)+C.\,U(x,\alpha)$$

$$\alpha+\frac{\partial x}{\alpha x^m}=\dots\;\;\alpha x+A_0+\frac{A_1\alpha}{x}+\frac{A_2\alpha^2}{x^2}+\frac{A_3}{x^3}+\dots+\frac{A_m\alpha^m}{x^m}=\alpha x$$

$U(x,\alpha).\,e^{\alpha t}$

$$p^\nu=A+B\dots+C\dots$$

$\rho^\nu\,t^\nu\,u$

$$\frac{p+1}{2}\,n$$

$\dfrac{p^\nu-1}{p-1}$ divisible par $\dfrac{p^{\nu-1}-1}{p-1}+1$

$$\frac{p-1}{2}\,n$$

$$\left(\frac{p^{\nu-1}-1}{p-1}+1\right)p-p+1=\;\text{divisible par}\;\frac{p^{\nu-1}-1}{p-1}+1$$

n

$p-1$ divisible par $\dfrac{p^{\nu-1}-1}{p-1}+1$

$\nu=2$

$$\frac{aK+b}{cK+d}$$

$$\frac{aK+K_1^2}{cK+d}$$

$0\;\;a\;\;b\;\;c\;\;d\;\dots$

$\alpha\;\;a\;\;b\;\;c\;\;d\;\dots$

$$\varphi\left(\frac{bl}{F(k,l)}+r,\right.$$

$$\varphi\left[\varphi(k,l)+r,\ \psi(k,l)+s\right]$$

$$=\frac{b\left(\frac{-ck}{F(k,l)}+s\right)}{F\left[\frac{bl}{F(k,l)}\right]}\qquad \frac{-bck+bs\cdot F(k,l)}{F(r,s)\times F\ldots}$$

$$\frac{-bck\,F(r,s)+2bc(ks+lr)+(a-d)(ckr+bls)+bc}{[F(r,s)]^2\times F\ldots}+\frac{bc}{F(r,s)}$$

$$\frac{-bck+bs\,\frac{2bc(\ldots}{F(r,s)}}{}\quad+bs$$

$$\left[-bc\,F(r,s)+2bcs+(a-d)\,cr\right]k+\left[2bcr-(a-d)bs\right]l+bc$$

$$b\left(l\ldots\frac{-cr}{F(k,l)}\right)\qquad A\left(\frac{-ck}{F(k,l)}+s\right)+B\left(\right.$$

$$k+\quad A\left(-ck\right.$$

$$-bck$$

$$\frac{b\left[\frac{-ck}{F(k,l)}+s\right]}{F\left[\frac{bl}{F(k,l)}+r,\ \frac{-ck}{F(k,l)}+s\right]}\qquad \frac{-c\left[\frac{bl}{F(k,l)}+r\right]}{F\left[\frac{bl}{F(k,l)}+r,\ \frac{-ck}{F(k,l)}+s\right]}$$

$$\frac{\cancel{-bck}+bs\cdot F(k,l)}{-bck+\frac{bs}{F(r,s)}\times F(k,l)\cdot F(r,s)}\qquad \frac{-bcl+cr\cdot F(k,l)}{-bcl+\frac{-cr}{F(r,s)}\times F(k,l)\times F(r,s)}$$

$$du = \{ \ldots \} \qquad du = \left\{1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{1-z}\right\}^2 dz$$

$$d\,\frac{(z+1)(2z-1)(z-2)}{z(z-1)} = \frac{(z^2-z+1)^2}{z^2(z-1)^2}\,dz$$

171

$$\frac{1}{z+1} + \frac{\ldots}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{z-2} - \frac{1}{z} - \frac{1}{z-1} = 0$$

$$z = \frac{a-b}{a-c}$$

$$\frac{z^2-z+1}{z^2-z}$$

$$\frac{1}{z+1} + \frac{2z-\frac{5}{2}}{z^2-\frac{5}{2}z+1} - \frac{2z-1}{z(z-1)}$$

$$\left\{\frac{(2a-b-c)(2b-a-c)(2c-a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}\right\}^2 = \gamma$$

$$x^2 - \frac{5}{2}z + 1 + \ldots - \frac{5}{2}z - \frac{5}{2}$$

$$\left(3z^2 - \ldots - \frac{3}{2}\right) z(z-1)$$

$$(2z-1)\left\{z^3 - \frac{3}{2}z^2 \ldots + 1\right\}$$

$$3z^4 - 3z^3 - \frac{3}{2}z^2$$

$$-3z^3 + 3z^2 + \frac{3}{2}z$$

$$-2z^4 + 3z^3 + 3z^2 - 2z$$

$$+z^3 - \frac{3}{2}z^2 - \frac{3}{2}z + 1$$

$$z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 1 = 0$$

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - 2\left(z + \frac{1}{z}\right) + 1 = 0$$

$$z^2 - z + 1$$

$$z^2 - z + 1$$

$$z^4 - z^3 + z^2$$

$$+z^2 - z + 1$$

$$u^4 - v^4 = 2uv(1 - u^2v^2) \qquad \alpha^4 + 1 = 0$$

$$\alpha u \qquad -\frac{v}{\alpha}$$

$$u^4 - v^4 - 2uv(1 - u^2v^2) = 0$$

$$\cancel{(u^2+v^2)^2 - 4uv(\ldots)} = 0 \qquad \cancel{(u^2+v^2)^2 - 4uv(1+uv)^2}$$

$$\cancel{(u+v)^4 - 16uv} = 0$$

$$u^4 + 6u^2v^2 + v^4 - 4uv(1+u^2v^2)$$

$$(u^2 + 6uv + v^2)^2 - 16uv(1+uv)^2$$

$$(u^2+v^2)$$

$$(u^4 - 3u^2v^2 + v^4)^2 - 16uv(1+u^2v^2) - 12uv(u^2+v^2)$$

$$u^4 - \cancel{3u^2v^2 + v^4}$$

$$(u^2 - 30uv + v^2)^2 = 256\,uv(1+uv)^2$$

$$(u^2 + 30uv + v^2)^2 - 16uv\{4 + 3(u^2+v^2) + 4u^2v^2\}^2$$

$$(u^2+v^2)^2 + \ldots u^2v^2 + \ldots uv(u^2+v^2)$$

$1 = \frac{4}{(1+c)^2}$ $\quad \cancel{4c^3 \ldots (1+c)^2}$ $\quad c^3+2c^2+c-4 \,\big|\, c-1$

$\cancel{4c^3 - c^2 \ldots}$ $\quad \cancel{\ldots} + c^2$ $\quad c^2+3c+4$

$c = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2}$ $\quad z^2 + \ldots + 16$ $\quad \cancel{c^3 + \ldots c^2 + \ldots}$

$z = \frac{1 + 3\sqrt{-7}}{2}$ $\quad 1 - z =$

$z(1-z) = 16$

$u^6 - v^6 + 5u^2v^2(u^2-v^2) = 4uv(u^4-v^4)$

$v = u\sqrt[4]{\ldots}$

$\cancel{u^6 + v^6 - 5u^2v^2(u^2+v^2) = 4uv\ldots(u^4-v^4)}$

$u^6(1+a^2) - 5a^2(u$

$1 + a^2 - 5a^2 - 5$ $\quad -\ldots(1+a^2)u^6 \ldots (1+u^8)$

$c^2 - \frac{c}{\sqrt{2}} + 1 = 0$ $\quad 1 - \frac{u^4}{\sqrt{2}} + u^8 = 0$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} \pm \sqrt{\frac{1}{8} - 1}$ $\quad \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{2\sqrt{2}}$

$$\Theta u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2} \operatorname{tang}\left(\frac{\pi u}{2K} + i\alpha\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}\right) d\alpha\, \sqrt{1}$$

$$H u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2} \operatorname{séc}\left(\frac{\pi u}{2K} + i\alpha\sqrt{\frac{\pi K'}{K}}\right) d\alpha\, \sqrt{1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\pi u + 2\alpha\sqrt{\pi K K'}}{2K}$$

$$\int \cancel{e^{-z} \frac{1}{2}} dx \; \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cancel{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}} \left(x - \frac{d}{dx}\right)^2 d\alpha$$

$$\cancel{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2} e^{2\alpha h \frac{d}{dx}} d\alpha} = \varphi(x, t+h)$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2} \varphi(x + 2\alpha\sqrt{t})\, d\alpha = \varphi(x, t)$$

$$\frac{36m^2 \pm 12n + 1 - 1}{24}$$

$$\frac{(6m \pm 1)^2 - 1}{24}$$

$$\frac{(m-2)x^2 - (m-4)x}{2}$$

$$4(m-2)^2x^2 - 4(m-2)(m-4)x$$

$$\frac{\{2(m-2)x - (m-4)\}^2 - (m-4)^2}{8(m-2)}$$

$$8(m-2)\,[illegible] + (m-4)^2 m$$

$$\frac{1}{e^r - e^{nr}}$$

$$\frac{e^{nx} - e^{mx}}{e^{mr} - e^{nr}}$$

$\int\int [illegible] + [illegible]$

$\int\int [illegible]$

$\Theta x \quad \psi$

$F([illegible]) = \pi(u+a) \quad - \pi(u-a)$

$F([illegible]) \quad F\left(\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2}\right) + F\left(\frac{v+z}{2}, \frac{v-z}{2}\right) + F\left([illegible], [illegible]\right)$

$1 \quad u \quad v \quad z \quad \frac{v}{2} \quad \frac{v}{2} \quad \frac{u}{2} \quad \frac{u}{2}$

$v \quad z \quad u$

$\frac{u+v}{2} Z\left(\frac{u-v}{2}\right) + \frac{v+z}{2} Z\left(\frac{v+z}{2}\right) + \frac{z+u}{2} Z\left(\frac{z-u}{2}\right)$

$u \frac{Z\left(\frac{u-v}{2}\right) + Z\left(\frac{z-u}{2}\right)}{2} + \ldots$

$Z\left(\frac{z-u}{2}\right)$

$\int_{\infty}^{x} \frac{A\,dx}{X} \quad + \frac{a^n \delta a}{A} \int \frac{x^m}{X} dx$

$\delta \int_{\infty}^{x} \frac{A}{X} \frac{dx}{x+a} = \frac{A}{X} \frac{\delta x}{x-a} + \int_{\infty}^{x} \frac{d \frac{A}{X} \frac{1}{(x-a)}}{dx} dx$

$\frac{a^n}{A} \left(\int \frac{x^m}{X} dx\right) \delta a \quad \frac{X}{A} \frac{\delta a}{x-a} +$

$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$

$2n+1$

$2n+1$

$(x-a)^2(x-b)\,X^3 - 3pX + q = 0$

$(x-a)^2(x-b)\,z^6 + qz^3 + p = 0$

$z = \sqrt[3]{\dfrac{-q+\sqrt{q^2-4(x-a)^2(x-b)}}{(x-a)^2(x-b)}}$

$F(u,a) = F\left(\dfrac{u+a+z}{2}, \dfrac{u+a-z}{2}\right) + F\left(\dfrac{z+(u-a)}{2}, \dfrac{z-(u-a)}{2}\right)$

MM

$F(u,a) + F(u_1, a_1) + F(u_2 \ldots$

$\Sigma \dfrac{\frac{A}{X} - 1}{x-a}\,dx = \int \dfrac{A}{x-a}\cdot\dfrac{dx}{X} + \int \dfrac{A_1}{x_1-a_1}\dfrac{dx_1}{X_1} + \ldots$

$\dfrac{-\varphi x + \frac{n-m}{n}(x-a)\varphi' x}{(x-a)^2}$ 174

$\dfrac{\varphi x - \frac{m}{n}(x-a)\varphi a}{(x-a)^2}$

$\dfrac{d\left\{\frac{1}{x-a}\sqrt[n]{\left(\frac{\varphi a}{\varphi x}\right)^m}\right\}}{da} - \dfrac{d\left\{\frac{1}{x-a}\sqrt[n]{\left(\frac{\varphi x}{\varphi a}\right)^{n-m}}\right\}}{dx}$

$d(uv) - du = (v-1)du + u\,dv$

$\int \dfrac{1}{x-a}\sqrt[n]{\left(\dfrac{\varphi a}{\varphi x}\right)^m}\,dx$

$\dfrac{\ldots \varphi' u - \varphi u\,\varphi' v}{1 - k^2\ldots\varphi u\,\varphi v}$

$\dfrac{da}{\varphi a}$

$\dfrac{\varphi^2 - k^2\ldots}{\varphi' a}$

$$\frac{d\,\frac{1}{x-a}\left(\frac{\varphi x}{\varphi a}\right)^{\frac{n-m}{n}}}{dx}$$

$$\frac{d\,\frac{1}{x-a}\left(\frac{\varphi a}{\varphi x}\right)^{\frac{m}{n}}}{da}$$

$$\frac{1}{(\varphi a)^{\frac{n-m}{n}}}\left\{-\varphi x+\frac{n-m}{n}(x-a)\varphi' x\right\}$$

$$\frac{\left\{-\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}+\frac{n-m}{n}\left(\varphi' x+\varphi' a\right)\right\}}{x-a}$$

$$-\frac{\varphi x}{(x-a)^2}+\frac{n-m}{n}\cdot\frac{\varphi' x}{x-a}$$

$$\frac{d\,\frac{(\varphi x)^{\frac{n-m}{n}}}{x-a}}{dx}$$

$2u$

$p^2-k^2p^2\varphi^2 u$

$\Pi(u+a)-\Pi(u-a)$

$\Pi'(u+a)-\Pi'(u-a)$

$\Pi''(u+a)+\Pi''(u-a)$

$\varphi(a+b)+\varphi(a-b)-2\varphi a$

$\varphi' b^2$

$= 2$

$$\frac{dF}{dx}dx + \frac{dF}{dy}dy + \frac{dF}{dz}dz = 0$$

$$\left(dy.\frac{dF}{dz} - dz.\frac{dF}{dy}\right).dx + \left(dz.\frac{dF}{dx} - dx.\frac{dF}{dz}\right).dy + \left(dx.\frac{dF}{dy} - dy.\frac{dF}{dx}\right)dz = 0$$

$\left(\frac{x\,dy}{\cdot} - \frac{y\,dz}{\cdot}\right).x +$ [illegible]

$$dx.dx' + dy\,dy' + dz\,dz' = 0$$

$$p\,dx - q\,dy = 0$$

$LA + MB + NC = 0$ $\quad LA' + MB' + NC' = 0$

$PA + QB + RC = 0$ $\quad AA' + BB' + CC' = 0$

L α A

P α A

L α A'

A α A'

$\pm.(MR - NQ)$ $\quad .2$

$(x-a)^2 +$

$\cancel{(2x+m)^2 - 2 = 0}$

$\cancel{x^2} + mx + \frac{m^2-2}{4} = 0$

$\cancel{x^2 - 2ax + a^2}$

$x^2\,2x - 1 = 0$

$\frac{N}{K}$ $\quad \cancel{m + \cdot}$ $\quad \frac{N}{K-m} + m$ $\quad \frac{N}{K+m} - m$

$\frac{aK + bN}{cK + d}$ $\quad \frac{NcK + dN}{aK + b} = \frac{bK + aN}{dK + cN}$

$Nc : b :: Nd : aN$

$:: a : d :: b : cN$

$\frac{aK \pm bN}{cK \pm a}$ $\quad \frac{a\frac{N}{K} + b}{c\frac{N}{K} + d}$ $\quad \frac{a\frac{N}{K-m} + am + b}{c\frac{N}{K-m} + am + d}$

$b = \pm cN$

$d = \pm a$

$m \quad m_1 \quad m_2$

$m - m_1$ $\quad m = \frac{1}{3}$

$m - (-m) = \pm m$

$2m = \pm m$

$3m = 0$

$\cancel{2m}$ $\quad m - (-m) = \pm m$

$\cancel{m - (-m) =}$ $\quad 2m$

$p = 4n+1$ $\quad p^t$

$\frac{M}{K} \qquad \frac{a^2-M}{K-a} \cancel{+aK-a^2} \qquad \frac{mK-M}{K-m}$

$$\frac{M(\ldots)}{\frac{N}{K-a}+aK-a^2} = \frac{-NK \cancel{\ldots} + a^2K \cancel{\ldots}}{\ldots aK-M} \qquad \frac{mK-M}{K-m}$$

$\cancel{N-a^2-M}$ $\quad N+M=a^2$ $\quad \frac{m\frac{M}{K}-MK}{M-mK}$

$$\frac{M}{\left(\frac{a\frac{M}{K}+bK}{c\frac{M}{K}+dK}\right)} \qquad \cancel{\frac{aM.K+cM^2}{bK+cM}} \qquad \frac{aK+b'}{cK+d} \qquad \frac{mK-M}{K-m}$$

$$\frac{bK+aM}{dK+cM} = \qquad M\frac{aK+d}{aK+b} = \frac{a\frac{mK-M}{K-m}+b}{c\frac{mK-M}{K-m}+d}$$

$\frac{aK+b}{cK+d}$ $\quad \cancel{b = aM \ldots c \ldots b}$ $\quad \cancel{b = \pm cM}$ $\quad \frac{(am+b)K-aM-bm}{(cm+d)K-cM-dm}$

$\cancel{a = \pm d}$

$b = \pm cM \qquad a = \pm d$

$Mc : am+b :: Md : -aM-bm$

$:: a : cm+d :: b : -cM-dm$

$Mc(cm+d) = a(am+b)$ $\qquad \frac{c}{d}+\frac{am+b}{aM+bm}=0$

$Md(cm+d) = -a(aM+bm)$

$-a(cM+dm) = b(cm+d)$ $\qquad c=1$

$aMc(cm+d) = a^2(am+b)$ $\qquad \cancel{aM(m+d) = a^2}(am+b)$

$acM(a^2+d^2+cdm) = -abcm$ $\qquad -a(M+dm)m = bm(cm+d)$

$acM = -adm - bcm + bd$

$adM - m^2d = bm^2 + (a^3+bd)m + a^2b$

176

$\frac{M}{K} \qquad \frac{mK-M}{K-m} \qquad p = 4n+1 \qquad \frac{mK+M}{K+m}$

$\frac{aK+b}{cK+d} \qquad b = \pm cM \qquad m\frac{M}{m} \qquad m\frac{M}{n}$

$a = \pm d$

$\frac{aK \pm cM}{dK \pm a} \qquad \frac{aK+M}{K+a}$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \infty$

$0 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad \infty$ $\qquad \frac{pK-q}{pK+q} \qquad \frac{1}{K-a}+\ldots \quad p+1$

$0 \; 1 \; 2 \; 3 \; 4 \; \infty$

$\frac{p+1}{2} \qquad \frac{p+1}{2} \qquad \frac{K+1}{K-1} \qquad a+\frac{c(a-qa)}{K-c}$

1er Mars 1827

$R_q = 0 \qquad \frac{aK-cqa}{K-c}$

$$\frac{aK+b}{cK+d} = \frac{a\left(\frac{mK-M}{\cancel{K-m}}\right)+b(K-m)}{c(mK-M)\cancel{\ldots}(K-m)} = \frac{-(am+b)K+(aM+bm)}{(cm+d)K-(cM+dm)}$$

$a : -(am+b) :: b : aM+bm :: c : cm+d :: d : -(cM+dm)$

$a(cM+dm) = d(am+b)$

$\varphi(\ldots a) = \ldots$ $\qquad \frac{aK_1+b}{cK_1+d}=K_1 \qquad \frac{aK_2+b}{cK_2+d}=K_2$

$\frac{aK-K_1K_2}{K+a-(K_1+K_2)}$ $\qquad K_1^2-(a+c)K_1-b=0$

$a+c = K_1+K_2$

$\frac{a}{K-c} \ldots (K-b)(K-c) = \ldots$

$b+a = K_1K_2$

$b+c = K_1+K_2$

$\frac{aK-bc}{K-c}$

$a \quad b \quad c$

$(a+c)^2 = bc$

$K + K_1 i + K_2 i^2 + K_3 i^3 + \cdots K_n i^n$

$\frac{c\frac{(a'K-b'c')}{}-bc(K-c')}{a'K-b'c'-c(K-c')}$

$\frac{\frac{(aa'-bc)}{a'-c}K - \frac{(ab'-bc)}{a'-c}}{K-\frac{(b'-c)c'}{a'-c}}$

$\frac{aK-bc}{K-c} = 0 \qquad \left\{ aK = bc \right.$

$(K+K_1 i)^\alpha = K + mK_1 i \qquad \left\{ K = c \right.$

$K^\alpha + \frac{\alpha(\alpha-1)}{1.2} K^{\alpha-2} K_1^2 N + \cdots = K$

$a \quad \delta \quad \frac{c}{b}$

$b \quad \delta \quad \frac{c}{a}$

$\frac{aK-c}{K-b}$

$p = 4n-1$

$\frac{ac-c}{a-b} - b(K-b)$

$\frac{-ac+c^2}{-c+b^2}$

$(p^2-1)\,p(\ldots)$

$a \quad \delta \quad \frac{c}{b}$

$m^r a \quad \delta \quad m^r \frac{c}{b}$

quelque [illegible] a [illegible] a_1 est la lettre suivante, il y aura deux nombres b et c tels que

$\frac{c}{b} = a_1$

$\frac{c}{a} = b_1$

$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1}$

$(p+1)$

$\frac{aK-c}{K-b}$

$\frac{aK-m^s c}{K-m^s b}$

où a est donné

où $\frac{c}{b}$ est donné

$1.2.3$

$\frac{m^s a}{a}$

$K + K_1 i \qquad (K-K_1 i)^2$

177

$(K+iK_1)$

$2(K+iK_1)$

$4(K+iK_1)$

$8(K+iK_1)$

$2K_1 + 2Ki$

$K_1 - Ki$

$K + K_1\sqrt{2}$

$K - K_1\sqrt{2}$

$p\frac{K+q}{K-q} \qquad \pm\frac{1}{K} \qquad \pm K$

$\frac{p\frac{(K+q)}{K-q} + q(K-q)}{p(K+q)-q(K-q)}$

$2\frac{K+1}{K-1}$

$2(K+K_1) + i(K-K_1)$

$(2+i)K + (2-i)K_1$

$(2+\sqrt{3})(K+K_1\sqrt{3})$

$2\frac{K-1}{K+2}$

$0 \quad -1 \quad 1$

$\infty \quad 2 \quad -2$

$4 - \frac{1}{K}$

$2 - \frac{1}{K+2}$

$2 - \frac{1}{K+4}$

$\frac{2\frac{K+1}{K-1}+1}{2\frac{K+1}{K-1}-1}$

$\frac{2\frac{K+1}{K-1}+2}{2\frac{K+1}{K-1}-3}$

$\frac{\frac{3}{K}+1}{\frac{3}{K}-1}$

$\frac{K-1}{K+1}$

$\frac{2K+2}{K-1}$

$2K$

$a+d : b : c :: 1 : 2 : 1$

$a-d = 0 \qquad c = 1$

$\frac{mK+b+1}{mK+b-1} = 2\frac{K+1}{K-1}+b$

$(P+dP)^{\sqrt{r}}$

$2\frac{K+1}{K-1}$

$a(K-d)+c$

$\frac{3K+2}{K+2}$

$\frac{2}{K} \qquad \frac{2K-2}{K+2}$

$a-d = 2 \qquad b = -2$

$a+d = 0$

0	∞
3	2
4	1

0	1
3	∞
4	2

0	∞
-1	2
1	2

$\frac{aK+b}{}$

$a+b = $

$\frac{K+1}{K-1}$ $\quad$ $\cancel{(K+K_1)+i}$ $\quad$ $K+iK_1$ $\quad$ $i^2-i-1=0$

$(2+i)K+(2-i)K_1$ $\quad$ $\left\{K+\frac{4+i^2-4i}{4-i^2}K_1\right\}$

$i^2-i-1=0$

$K+iK_1$ $\quad$ $\frac{4+i^2-4i}{4-i^2}$ $\quad$ $2-i=\mathcal{S}i(2+i)$ $\quad$ $4-\cancel{4}=4i+i^2$

$(2+i)\left\{K+3iK_1\right\}$ $\quad$ $mi^2+2(m-2)i-2=0$

$(m-2)^2+2m$

$\cancel{m^2-2m+1}$ $\quad$ $i^2-4i-4=0$

$2(1+\sqrt{2})$ $\quad$ $i=2$ $\quad$ $i=2\pm\sqrt{4+4}$

$(1+\sqrt{2})$ $\quad$ $1+2\sqrt{2}+2$

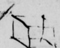
$3+\sqrt{2}$

$\cancel{\frac{(ax+by+cz)^2}{R^2}}$ $\quad$ $\frac{\delta x}{const}=\frac{\delta y}{const}=\frac{\delta z}{const}$

$\Sigma(x+$ $\quad$ On peut se demander quels sont les autres cas

$(Fx)^{p^n}=F(x^{p^n})$

$x \quad x^p \quad x^{p^2} \quad \dots \quad x^{p^{n-1}}$ $\quad$ principe



$\varphi i.\left(K+K_1 i+K_2 i^2+\dots+K_{\nu-1}i^{\nu-1}\right)^{p^n}$

$(aK+b)^{p^n}$ $\quad$ $(mK+n)^{p^n}$

~~Il suit de~~ $\quad$ $\frac{R^2}{(dx^2+dy^2+dz^2)(\delta x^2+\delta y^2+\delta z^2)}$

divisible par p $\quad$ $\frac{R}{dz\,\delta s}$

$x+x^p$ $\quad$ $1+\frac{F(x+y)}{}=0$

$dz\,\delta x+\dots=0$

$(dz\,\delta y-dy\,\delta z).d\delta x+($ $\quad$ $\frac{X-x}{dz\,\delta y-dy\,\delta z}=\dots\dots=\frac{R}{ds.\delta s}$

178.

$\frac{i^p-i}{}$

$\frac{-1}{i^{p-1}}$

$i_0K+i_1K_1+i_2K_2+\dots$ $\quad$ $i_0K+i_1K_1+\dots$

$ii_{-1}K+ii_0K_1+ii_1K_2+i\dots$ $\quad$ i_1K

$\frac{(m-2)t^2-(m-4)t}{2}$

$(m-2)K-(m-4)s=2n$

$K=t^2+u^2+v^2+w^2$

$s=t+u+v+w$

K $\quad$ $K-\frac{1}{4}s^2$

$(m-2)K-(m-4)s+\frac{(m-2)}{4}s^2$

$$d\,\frac{1+\sqrt[n]{\frac{\varphi a}{\varphi x}}+\sqrt[n]{\left(\frac{\varphi a}{\varphi x}\right)^2}+\cdots+\sqrt[n]{\left(\frac{\varphi a}{\varphi x}\right)^{n-1}}}{x-a}\Big/ da$$

$$\frac{1+\sqrt[n]{\frac{\varphi a}{\varphi x}}+\cdots}{(x-a)^2}+\frac{1+\sqrt[n]{\frac{\varphi a}{\varphi}}}{x-a}$$

$\frac{dx}{x-a}$ $\frac{dx}{x-a}$ $\frac{dx}{x-a}$

$$\frac{d\,\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}}{da}=\left\{\frac{\varphi a}{(x-a)^2}+\frac{\frac{1}{2}\varphi' a}{x-a}\right\}\frac{1}{\sqrt{\varphi a\,\varphi x}}$$

Pistol

$$\frac{\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}-\frac{1}{2}\{\varphi' x+\varphi' a\}}{x-a}=$$

φx

$$\frac{2\,\frac{x^n-a^n}{x-a}-n\{x^{n-1}+a^{n-1}\}}{x-a}$$

$-\frac{n-1}{2}x^{n-1}$

Sistema

Solomme

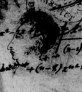
$$(1-\tfrac{1}{2}n)x^{n-2}+(2-\tfrac{1}{2}n)ax^{n-3}+(3-\tfrac{1}{2}n)a^2x^{n-4}+\cdots+$$

$$\frac{\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}-\varphi' x}{x-a}\qquad\frac{\frac{\varphi a-\varphi x}{a-x}-\varphi' a}{a-x}$$

$$\frac{\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}-\frac{1}{2}(\varphi' x+\varphi' a)}{(x-a)^2}\qquad 2\,\frac{x^n-a^n}{x-a}-n\{x^{n-1}+a^{n-1}\}$$

$$2(x^2+x+1)-3(x^2+1)$$

République



$$(n-2)x^{n-1}-2x^{n-2}-3x^{n-3}-\cdots-2x^2-$$

$$(n-2)x^{n-2}+(n-4)x^{n-3}+(n-6)x^{n-4}+(n-8)x^{n-5}+\cdots\quad \underline{x-1}\quad (n-2)x^{n-3}+(2n$$

$$(n-3)x^{n-2}+(n-4)x^{n-3}+(n-\ )x^{n-4}$$

$$(n-2)x^{n-3}+(2n-6)x^{n-4}+(3n-12)x^{n-5}+(4n-20)x^{n-6}+$$

$$(n-2)x^{n-3}+(2n-3.2)x^{n-4}+(3n-4.3)x^{n-5}+(4n-5.4)x^{n-6}+\cdots$$

$$(n-2)x^{n-3}+2(n-3)x^{n-4}+3(n-4)x^{n-5}$$

$$\frac{x^{n-1}-a^{n-1}}{x-a}$$

$$\frac{2\,\frac{x^n-a^n}{x-a}-n(x^{n-1}+a^{n-1})}{(x-a)^2}=\frac{d^2\,\frac{x^{n-1}-a^{n-1}}{x-a}}{dx\,da}$$

$$(n-1)x^{n-2}-\frac{x^{n-1}-a^{n-1}}{x-a}$$

$$\frac{(n-1)x^{n-2}-\frac{x^{n-1}-a^{n-1}}{x-a}}{(x-a)^2}$$

$$\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}$$

$$xy^2+(ax^2+bx)y+cx^3+dx^2+\dots$$

$$(y+ax+b)^2=mx^2+nx+p$$

$$xy+ax^2\dots$$

$$\frac{\varphi' x-\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}}{x-a}$$

$$A+By$$

$$(y-\alpha)(y-\beta)(y-\gamma)(y-\delta)(y-\varepsilon)$$

$$A_7+A_6\sqrt{mx^2+nx+p}=$$

$$\frac{\varphi' x}{x-a}-\frac{\varphi x-\varphi a}{(x-a)^2}$$

$$A_5+A_3$$

$$\frac{\varphi' a}{(x-a)^2}+\frac{\varphi' a}{(x-a)^2}-2\frac{\varphi x-\varphi a}{(x-a)^2}$$

$$\sqrt{(x-a)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)(x-\varepsilon)}$$

$$\frac{d^2\left(\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}\right)}{dx\,da}$$

$$\frac{d\,\frac{1}{x-a}\sqrt{\frac{\varphi a}{\varphi x}}}{da}=\frac{d\,\frac{1}{a-x}\sqrt{\frac{\varphi x}{\varphi a}}}{dx}$$

$$=-\frac{1}{2}\frac{x-a}{\sqrt{\varphi a}\,\varphi x}\qquad\frac{d^2\,\frac{\varphi x-\varphi a}{x-a}}{da\,dx}$$

$$\varphi x=(fx)^2+(x-a)(Fx)^2$$

$$(f\alpha)^2+(\alpha-a)(F\alpha)^2=0$$

$$f\alpha=\pm\sqrt{\alpha-a}\;F\alpha$$

$$f\beta=\pm\sqrt{\beta-a}\;F\beta$$

indivisible

Unité ; indivisibilité de la république.

Liberté, égalité, fraternité ou la mort.

$$\sqrt{\alpha-x}\;\sqrt{\alpha-y}\dots\sqrt{\alpha-t}$$

$$+(\alpha x_1+\alpha^{n-1}x_n)\qquad\int\frac{\sqrt{\varphi t}}{x-A}\frac{dx}{\sqrt{\varphi x}}=\Sigma\int\frac{\sqrt{\varphi x}}{a-x}\frac{da}{\sqrt{\varphi a}}+\dots$$

$$\frac{x}{1-a^2x^2}$$

indéfinie

Unité indivisibilité

$$\frac{\sqrt{\varphi a}}{x-a}\frac{dx}{\sqrt{\varphi x}}$$

fa bémol

$$\sqrt{\varphi y}\qquad\frac{dy}{dx}\sqrt{\varphi x}$$

Une femme

Logarithme

$$\frac{dX}{dx}=\frac{\sqrt{\varphi x}}{\sqrt{\varphi X}}$$

$$(fx+Fx\sqrt{\varphi y})^n$$

$$\frac{\frac{dA}{da}}{X-A}\qquad\Sigma\frac{\sqrt{\varphi A}}{\frac{dA}{da}(x-a)}\qquad\frac{dX}{\sqrt{\varphi X}}$$

$$\frac{\sqrt{\varphi A}}{X-A}\frac{dX}{\sqrt{\varphi X}}=\Sigma\frac{\sqrt{\varphi a}}{x-a}\frac{dx}{\sqrt{\varphi x}}$$

$$\cancel{xy^2+x(ax+b)y+cx^2+bx+c=0}$$

$$y=\qquad \cancel{xy^2+2axy}+mx^2+nx+p=0$$

$$y=\sqrt{m}\,x\pm\sqrt{\frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{x}}$$

$$(y-\alpha)(y-\beta)(y-\gamma)(y-\delta)(y-\varepsilon)=$$

$$\left(A+B\sqrt{\frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{x}}\right)^2$$

$$y=\frac{ax^2+bx+c\pm\sqrt{mx^4+nx^3+px^2+qx+r}}{x}$$

$$\cancel{(xy-ax)}(xy-bx)(xy-\gamma x)\qquad=\qquad\left(A+B\sqrt{}\right)^2$$

$$A_{10}+2A_8\sqrt{}=m_4\left(A_3+A_4\sqrt{}\right)^2$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$P=\frac{\alpha+\beta}{2}$$

Madame

$$P+\sqrt{Q}=$$

$$P-\sqrt{Q}=\beta$$

$$\left(P-P_1+\sqrt{Q}-\sqrt{Q_1}\right)$$

$$(P-P_1)^2+Q-Q_1+2(P-P_1)\sqrt{Q}$$

$$ax+\frac{b}{x}\pm\sqrt{}$$

$$\frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{}}+\frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{}}$$

$$\sqrt{x\left(x+\tfrac{1}{x}-2\alpha\right)\left(x+\tfrac{1}{x}-2\beta\right)}$$

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)(x-$$

abcdefghik

abcd | aefg | behi | cfhk | dgik

$$(x^2-\alpha x+p)^2-\dots$$

$$(x^2-\beta x+p)^2-\dots$$

$$x=z+t$$

$$z+\sqrt{z^2-1}$$

Evar

Eva Ev Ev

Evariste Galois

E G

$$\sqrt{z+1}+\sqrt{z-1}$$

$$x+\frac{1}{x}=2z$$

$$\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{2}\sqrt{z-1}$$

$$x+\frac{1}{x}-2=2(z-1)$$

$$x+\frac{1}{x}+2=2(z+1)$$

$\sqrt{x}$

$x + \frac{y^2}{x} = x$

$\sqrt{(z-y)(z-a)(z-b)}$

$\sqrt{(x+y)(z-a)(z-b)}$

$\sqrt{x} = \sqrt{x(x+y)}$

$\sqrt{x} - \frac{y}{\sqrt{x}} = \sqrt{x(x-y)}$

$x^2(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)\,y^2 + x\,\varphi_6 x \cdot y + \varphi_6 x = 0$

$y = \cancel{\frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{abcd}}\,\alpha +$

$y\left(y + \frac{\varphi_6 a}{a\varphi_6 a}\right)\left(y + \frac{\varphi_6 b}{b\varphi_6 b}\right)\left(y + \frac{\varphi_6 c}{c\varphi_6 c}\right)\left(y + \frac{\varphi_6 d}{d\varphi_6 d}\right)$

$y = \frac{-\varphi_6 x \pm \sqrt{(\varphi_6 x)^2 - (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)\,\varphi_6 x}}{2x(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)}$

$y + 2\frac{\varphi_6 a}{a\varphi_6 a}(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$

15

9

$\frac{F_x f_y - f_x F_y}{x-y} = 0$

$\frac{F_x \varphi_y - \varphi_x F_y}{x-y}$

y^{m-p}

$\frac{x f_y - y f_x}{x-y} = 0$

Evariste Galois

$\frac{x\varphi y - y\varphi x}{x-y} = 0$

$\sqrt{x-a}$

$y - \alpha = A(x-a)$

T 181

$\varphi(k,l) = \frac{Ak + Bl}{F(k,l)}$, $\psi(k,l) = -\frac{Ck + Dl}{F(k,l)}$

$A = D = \frac{Cb - Bc}{a - D}$

$$T = \left(k|l,\ \frac{bl}{F(k,l)}\ \middle|\ \frac{-ck}{F(k,l)}\right)$$

$$S = \left(k|l,\ \frac{A(k+r)+B(l+s)}{F(k+r,\,l+s)}\ \middle|\ \frac{C(k+r)+D(l+s)}{F(k+r,\,l+s)}+q\right)$$

$$= A\ \cancel{\frac{b(l+\frac{-cr}{F(r,s)})}{}}$$

$$\varphi[\varphi(k,l)+r,\ \psi(k,l)+s] = A\,\varphi\left[k+\frac{bs}{F(r,s)},\ l+\frac{-cr}{F(r,s)}\right] + B\,\psi\left[k+\frac{bs}{F(r,s)},\ l+\frac{-cr}{F(r,s)}\right] + \ldots$$

$$\psi[\varphi(k,l)+r,\ \psi(k,l)+s] = C\,\varphi\left[k+\frac{bs}{F(r,s)},\ l+\frac{-cr}{F(r,s)}\right] + D\,\psi\left[k+\frac{bs}{F(r,s)},\ l+\frac{-cr}{F(r,s)}\right] + \ldots$$

182

$$A[-ck + s.\,F(k,l)] + B[bl + s.\,F(k,l)] = A'[-cr + \ldots$$

$$A[bl + s.\,F(k,l)] + B[-ck + s.\,F(k,l)] = A'[-cr + k.\,F(r,s)] + B'[bs + l.\,F(r,s)] + n\,F[\ldots$$

$D \qquad C' \qquad D'$

$$Abl - Bck \ldots = -A'cr + B'bs + [A'k + B'l]\,F(r,s) - \frac{\ldots}{F(r,s)}\{2bc(ks+lr) + (a-d)(ck r - bls)\ldots$$

$$T = \left(k|l,\ \frac{bl}{F(k,l)}\ \middle|\ \frac{-ck}{F(k,l)}\right)$$

$$T' = (k|l,\ k + \ldots \mid l \ldots)$$

$$TS = T'S'$$

$$S = \left(k|l,\ \frac{Ak+Bl}{F(k,l)}\ \middle|\ \frac{Ck+Dl}{F(k,l)}\right)$$

$$S' = \left(k|l,\ \frac{A'k+B'l}{}\ \ldots\right.$$

183.

$$\mathcal{E}\,\frac{P'.\Pi x}{((P))} = \mathcal{E}$$

$\cancel{Fx^2 = \varphi x.\varphi(-x)}$

$$f^2x - \varphi^2 x\ \Delta^2 x = P(x).P(-x)$$

$$\mathcal{E}\,\frac{P'(x).\Pi x}{((P(x)))} = -\mathcal{E}\,\Pi' x((\log Px))$$

$$\mathcal{E} = -\mathcal{E}\,\frac{Fx}{(x-\alpha)\Delta x}((\log Px))$$

$$\mathcal{E}\left(\left(\frac{Fx.\log Px}{(x-\alpha)\,\Delta x}\right)\right)$$

$$+\ \frac{F\alpha\ \log P\alpha}{\Delta\alpha}$$

$$-\mathcal{E}\,\frac{P'x.\Pi x}{((Px))} + \mathcal{E}\,\frac{Q'x.\Pi x}{((Qx))}$$

$$= \mathcal{E}\left(\left(\frac{Fx.\log\frac{Px}{Qx}}{(x-\alpha)\,\Delta x}\right)\right) + \frac{F\alpha\ \log\frac{P\alpha}{Q\alpha}}{\Delta\alpha}.$$

$$\Pi x = \int \frac{Fx}{(x-\alpha)\Delta x}dx.$$

183.

$$\psi x_1 + \psi x_2 = \psi y + V$$

$$\psi' x_1 = \psi' y.\left(\frac{dy}{dx_1}\right) + \left(\frac{dV}{dx_1}\right)$$

$$\psi' x_1 = A \qquad F(x_1, x_2, y)$$

$$\frac{1}{\Delta x} = \qquad \lim\left(1-\frac{x}{n}\right)^n$$

$$f_n x =$$

$= x\varphi\ nx$

$\dots + \varphi'x - x\varphi$

$$\frac{1}{n}\varphi(nx)$$

$$\frac{1}{n}\sin nx$$

$aK + bK'i$

$\varphi u \; \varphi\left(u + 4\,\frac{aK+bK'i}{n}\right) \varphi\left(u + 8\,\frac{aK+bK'i}{n}\right) \ldots$

$\frac{aK + bK'i}{a'K' + b'Ki} = n\,\frac{\alpha\Lambda + \beta\Lambda' i}{\alpha'\Lambda' + \beta'\Lambda i}$ $\quad aK + bK'i = \frac{\alpha\Lambda + \beta\Lambda' i}{M_n}$

$a'K' + b'Ki = \frac{\alpha'\Lambda' + \beta'\Lambda i}{M_n}$

$\sin \mathrm{am}\,(u, \lambda)$ $\quad \sin \mathrm{am}\left(\frac{u}{\Delta}, k\right)$

$\frac{K^2}{K'^2} = $ [illegible]

$P = (fx)^2 - (\varphi x\, \Delta x)^2$

$\Pi x_1 + \Pi x_2$

20 Mars
5 Mai
14 Juillet
28 Juillet

$fa + fb + \ldots$

$\int \frac{\Pi x}{(fx)^2 - \varphi}$ $\quad$ M [illegible] $\quad \int \frac{\Pi x}{P'}$

$\int \frac{fx}{((F'x))} + \int \frac{P' \times \Pi x}{((P))}$

P10

1844

$z \quad 1 - \frac{1}{z} \quad -\frac{1}{z-1} \quad z \quad \frac{2z-1}{z+1} \quad \frac{z-1}{z} \quad \frac{z-2}{2z-1} \quad -\frac{1}{z-1}$

$z \quad 1 - \frac{1}{2z} \quad \frac{2z-1}{2z-1} \quad -\frac{1}{2(z-1)} \quad 2(2z-1) - (2z+1) \quad \frac{2(z-1)-z}{2z-1}$

$z \quad 1 - \frac{1}{3z} \quad \frac{2z-1}{3z-1} \quad \frac{3z-2}{3(2z-1)} \quad \frac{z-1}{3(3z-2)} \quad -\frac{1}{3(z-1)}$

$\frac{2u-1}{u+1} = uz+2$

$z \quad \frac{z-1}{z+1} \quad -\frac{1}{z} \quad \frac{1+z}{1-z}$

$2 - \frac{3}{z+1} \quad 2 - \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{z+1}} \quad \frac{3z-1}{z+1}$

$z \quad \frac{1}{2} - \frac{2}{3(2z+1)}$

$\frac{\frac{z-1}{z+1} - 1}{\frac{z-1}{z+1} + 1}$

$p - \frac{(p-q)^2}{z-q}$

$1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{2}} \quad \frac{3(2z+1) - 4}{6(2z+1)} \quad \frac{6z-1}{6(2z+1)}$

$p - \frac{(p-q)^2}{3(p-q) - \frac{(p-q)^2}{3(z-q)}}$

$p - \frac{(p-q)^2}{3(z-q)}$

$p - \frac{p-q}{3 - \frac{p-q}{(z-q)}} \quad \frac{1}{2}A - \frac{A}{(b + \frac{1}{b} + 2)(z + \ldots)}$

$\frac{a+b}{2} - \frac{ab}{z + \frac{a+b}{2}}$

$p - \frac{(p-q)(z-q)}{3z - p - 2q}$ $\quad p - \frac{(p-q)^2}{(b + \frac{1}{b} + 2)(z-q)}$

$z = a+b - \frac{ab}{a+b} \ldots \frac{ab}{a+b}$

$q_0 = 0$
$q_1 = 1$

$\frac{ab}{a+b} - \frac{ab}{z}$

$q_n = (a+b)q_{n-1} + ab\,q_{n-2}$ $\quad -2q + \frac{q(z-q)}{z}$

$q_n = \frac{a^n - b^n}{a-b} \quad \frac{q_{n+1}z + q_n}{q_n z + q_{n-1}}$ $\quad a+b = A \quad b = \frac{\frac{1}{\alpha}A}{\alpha + \frac{1}{\alpha}}$ $\quad 2 - \frac{2}{3(\ldots)}$

$a : b :: \alpha^2 : 1 \quad a = \frac{\alpha A}{\alpha + \frac{1}{\alpha}}$

$\frac{a^{n+1} - a^{n-1} + (b^{n+1} - b^{n-1})}{a-b} = 0 \quad \frac{\alpha^{2n} - 1}{\alpha^2 - 1} = 0$

$a - \frac{1}{a} - (b - \frac{1}{b})$ $\quad ab = \frac{A^2}{\ldots}$

$1 = \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{a-b} \quad 1 + \quad \alpha^2 = b$

$\frac{b^n - 1}{b-1} = 0 \quad ab = \frac{A^2}{b + \frac{1}{b} + 2}$

$\frac{(2z+1)(z-3)(3z-2)\cdot(z+4)(5z-1)(4z-5)}{z(2z+1)(z+1)(2z-1)(z-2)}$

$\frac{az+b}{cz+d}$

$\frac{a}{c} - \frac{ad-bc}{c(cz+d)}$

$\frac{(z+1)(2z-1)(z-2)}{2(z-1)} - \frac{(z+1)(2z-1)(z-2)}{z(z-1)} - \frac{27z(z-1)}{(z+1)(2z-1)(z-2)}$

$\frac{p}{q} + \frac{r}{qz+\frac{p}{q}}$

$+ \frac{a+d}{c} - \frac{ad-bc}{c^2(z+\frac{d}{c})}$

$\frac{-(ad-bc)}{c^2(z-\frac{a-d}{c})}$

$\frac{z-2}{2z-1}$

$x + \frac{A}{2z-1}$

$\frac{p}{q} + \frac{r}{qz-p}$

$(z+1)^2(2z-1)^2(z-2)^2 - 27z^2(z-1)^2$

$-Az(z-1)(z+1)(2z-1)(z-2)$

$(z-2+2z-1)(2z-4-2z+1)(z-2-4z+2)$

$(2z-1)(z-2)\{z-2-2z+1\}$

$\frac{a+cz}{b-az}$

$25.16 - 27.4.9 + A.2.3.5.4 = 0$

$(a^2+bc)^2 + (a+d)^2 bc$

$-bc = ad$

$\frac{pqz+r}{q(qz-p)}$

$\frac{ab+bcz}{bc-abz}$

$25.4 - 27.9 + A.2.3.5 = 0$

$p - \frac{(p-q)^2}{2(r^2+q)}$

$\frac{az+b}{cz+d}$

$-2bc = a^2+d^2$

$\frac{az+b}{cz-a}$

$\frac{b}{cz}$

$100 - 243 +$

$2pr\,z - 2pq$

$25.16 - 27.4.9 + A.2.3.5.4$

$-(p-q)^2$

$p - \frac{(p-q)^2}{2(z-q)}$

$\frac{27}{9}$ $\frac{}{243}$

$\frac{143}{2.3.5}$

$25.16.4 - 27.16.9 + A.4.3.5.7.2$

$\frac{pz - \frac{p^2+q^2}{2r}}{z+q}$

$\frac{(p^2+q^2)}{2}$

$\frac{az+b}{cz+d}$

$ap + b \quad \ldots + cp$

$ST = \ldots$

$-2rs = p^2 q$

$\frac{z^4-6z^2+1}{2(z^2-1)}$

$2cq + ds = br + \ldots$

$ST \quad \frac{z^2-1}{z} - \frac{4z}{z^2-1}$

ST

$ap + br + cq + ds$

$a : b :$

$ap = ds$

$2ap + br + cq = 0$

$aq + bs + \ldots$

$br + as + ds = 0$

$\frac{(z^2+1)^2}{z(z^2-1)}$

$a^2 + bc = 0$

$d^2 + bc = 0$

$\{(z-1)^2 + (z+1)^2\}^2$

$\frac{z-1}{z+1}$

$-\frac{1}{z} - \frac{2}{z+1} - \frac{2}{z-1}$

$br = cq$

$a^2 + d^2 = \frac{2}{(a-d)^2}$

$ap + br = ap + cq$

$aq + bs = bp + dq$

$cp + dr = aq + cs$

$cq + ds = br + ds$

$\frac{z+1}{z-1} = u$

$(a-d)q = b(p-s)$

$(a-d)r = c(p-s)$

$-\frac{1}{z} - \frac{4z}{z^2-1}$

$c(p+s) + r(a+d) = 0$

$q(a+d) + b(p+s) = 0$

$\frac{(z-2)(2z-1)(z-3)(3z-1)}{z(z-1)(z+1)}$

$br = cq$

$aq = bp$

$z - \frac{4z^2+1}{z(z^2-1)}$

$br = cq = ap = ds$

$ap = bc$

$a+s = p+d$

$a = \pm d$

$ar = cp$

$a^2 + d^2 + \ldots = 0$

$a + d = 0$

$(a+d)b = 1$

$(a+d)c = 1$

185

$\frac{cz+d}{(c-a)z+d-b}$

$1^\circ \quad z \quad \frac{z-1}{z} \quad -\frac{1}{z-1}$

$\frac{a+b-bz}{c+d-dz}$

$\frac{az+b}{cz+d}$

$-bc - p^2 - pq + q$

$\frac{(z+1)(z-2)(2z-1)}{z(z-1)}$

$\frac{bz-(a+b)}{dz-(c+d)}$

$ad - bc = (a+d)^2$

$bc = (c+d-b)^2 \ldots$

$2^\circ \quad z \quad \frac{z-1}{z+1}$

$ad - bc = (a+d)^2 = (c+d-b)^2 = (c-a-b)^2$

$(c-b) + d - a = 0$

$(z-2)(2z-1)(z-3)(3z-\ldots$

$2(ad-bc) = (a+d)^2$

$\frac{1}{z} + \frac{1}{z-1}$

$d - \frac{1}{2}(a+d)$

$3^\circ \quad z \quad \frac{2z-1}{z+1} \quad \frac{z-1}{z} \quad \frac{z-2}{2z-1} \quad -\frac{1}{z-1} \quad -\frac{z+1}{z-2}$

$\frac{(z+2)(3z-1)(2z-3)\cdot(4z+1)(z-5)(5z-4)}{z(z-1)(z+1)(z-2)(2z-1)}$

$3(ad-bc) = (a+d)^2$

$S \quad S^2$

$T' \quad ST$

$a + d = 0$

$z \quad 1 + \frac{1}{z}$

$\frac{aA+bz}{cA-az}$

$\frac{az+b}{cz-a}$

$-\frac{b}{\xi^2}$

$S^2T^2 = T^2S^2$

$1 + \frac{z}{z+\frac{1}{z}}$

$z^2 + \frac{a^2}{z^2}$

$S\ldots = T^2$

$T^{-1}S = TS^{-1}$

$\frac{2z+1}{z}$

$-\frac{1}{z}$

$\frac{az+b}{-bz+a}$

$\frac{(a+b)z - a + b}{(a-b)z + \ldots}$

$\frac{az-b}{bz-a}$

$\frac{az+b}{cz-a} - \frac{b(cz-a)}{c(az+b)}$

$-\frac{bz-a}{az-b}$

$\frac{cz^2-b}{cz} + \frac{(ca^2+bc^2)z^2 + \ldots(abc \ldots)z + bz \ldots}{c(cz-a)(az+b)}$

$\frac{az+1}{z-a}$

$\frac{a+bz}{b+az}$

$\frac{z-1}{z+1}$

$\frac{az-1}{z+a}$

$\frac{(a+1)z-(a+1)}{(a+1)z+(a-1)}$

$\frac{a+z}{1-az}$

$\frac{\ldots(bz-1) - (z+b)}{-bz-1+a(z+b)}$

$\frac{(ab-1)z-(a+b)}{(a+b)z+ab}$

1 ~~Quand~~ il n'y a ~~plus~~ de substitutions du second ordre, l'équation ne ~~peut~~ être que du quatrième degré.

[illegible] par cas

$z \qquad \frac{z-1}{z+1} \qquad -\frac{1}{z} \qquad -\frac{z+1}{z-1}$

[illegible]

$z \qquad -\frac{b}{cz}$

$\frac{az+b}{cz-a} \qquad -\frac{b(cz+a)}{c(az+b)}$

$\frac{pz+1}{qz+s}$

$\frac{(\ldots)z-\ldots}{(q+s)z-s}$

[illegible] n'y aura jamais plus d'une substitution

[illegible]

$(z-\ldots)(z-a) \qquad \frac{(\ldots)}{2}\left(2z^2-3\frac{z}{3}+2\right)$

$\cancel{a^2+bc}$

$\cancel{bc=a^2}$

$\cancel{b(a+d)} \qquad \cancel{b=c}$

$\cancel{c(a+d)}$

$d^2+bc \qquad \cancel{d^2-a^2=\pm 1}$

$1-\frac{(p-q)z+q-p}{pz+q} \qquad \frac{pz+q}{(p-q)z-p}$

$\frac{qz+q+p}{pz+q} \qquad \frac{pz+q}{p(z-1)-qz} \qquad \frac{(q+r)z+q}{qrz-q+r}$

$ap+br=0$

$aq-bp=1 \qquad ap+br=0 \qquad b(rq+p^2)=p$

$cp+dr=-1 \qquad aq-bp=1 \qquad a(p^2+rq)=r$

$q+dp=\pm 1 \qquad cp-ar=-1 \qquad a(p^2+qr)=p-q$

$cq+ap=\pm 1 \qquad \cancel{cp(p^2+rq)} \qquad -p^2+rq$

$q^2+p(q+p)$

$2q(q+p) \qquad a(q-r)=p(b-c) \qquad \frac{1}{-z+1}$

$2qp$